2010年プラズマ夏の学校
兵庫県六甲スカイヴィラ　平成20年8月9－12日

核融合プラズマにおける構造形成の役割と起源

線形から非線形性の制御へ

岸本泰明（Y. Kishimoto）
京都大学大学院エネルギー科学研究科

kishimoto@energy.kyoto-u.ac.jp
http://www.center.iae.kyoto-u.ac.jp/kishi/

内　容

高温プラズマ:　非平衡・微小散逸／長時間記憶保持

- はじめに

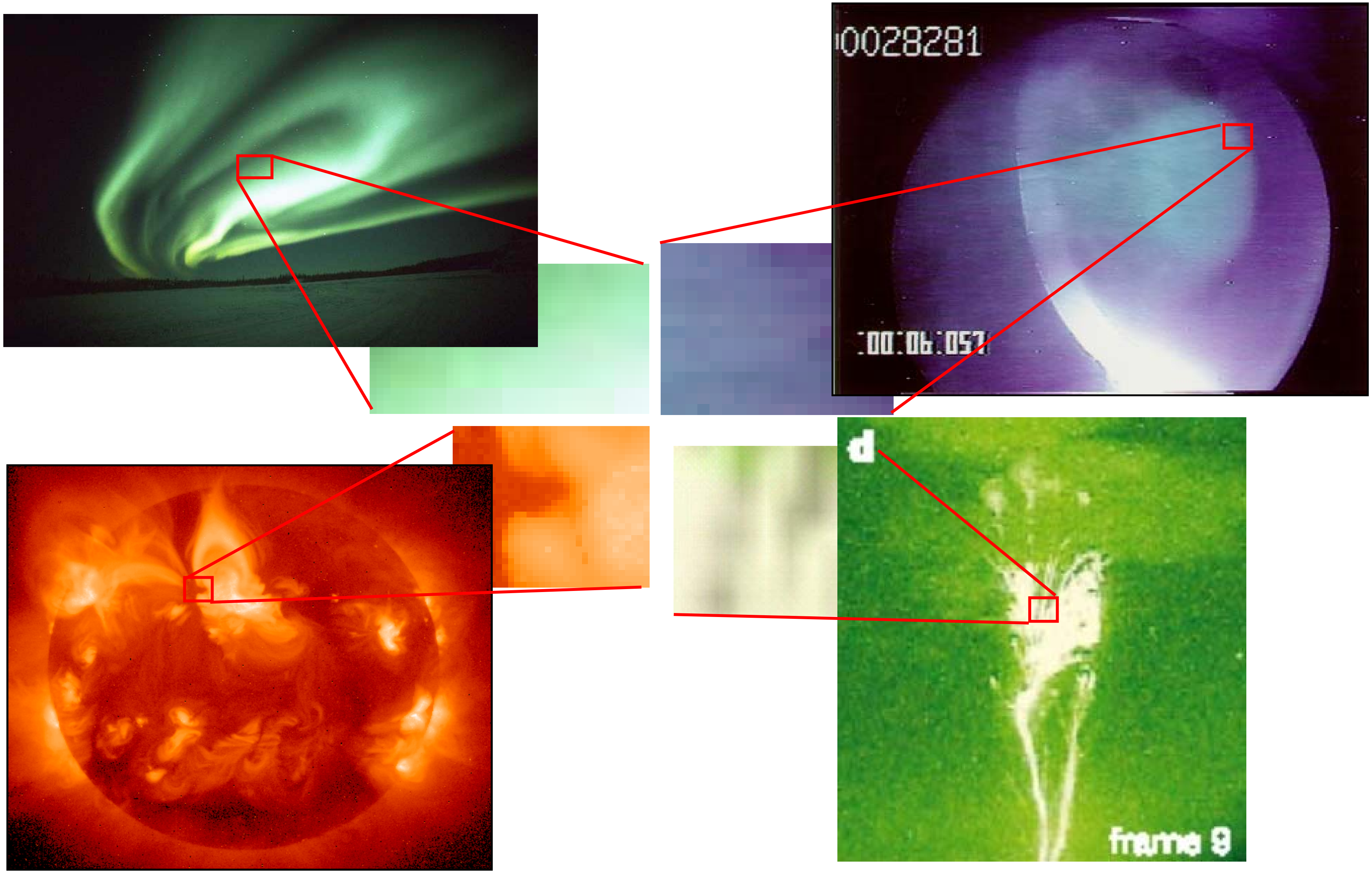
  多様な核融合研究と学術への展開

    高温プラズマ:　非平衡・微小散逸の媒質

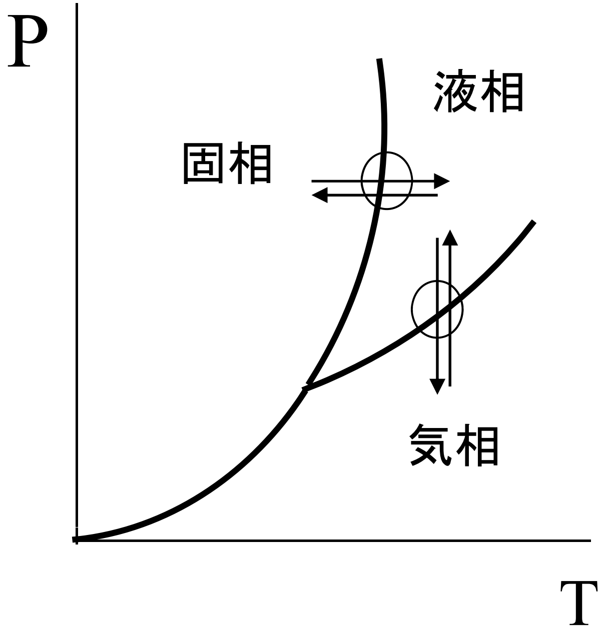
    非線形・非定常・非平衡

- 磁場核融合プラズマの非線形性と制御
- （レーザー核融合プラズマの非線形性と制御）
- まとめ

“プラズマ” とは？　様々な構造とダイナミックス



相変化・臨界現象における 時間スケールと幾何学構造



- 過冷却媒質中の
  樹枝状の凝固
- 粘性媒質中の
  粘性指状体　等

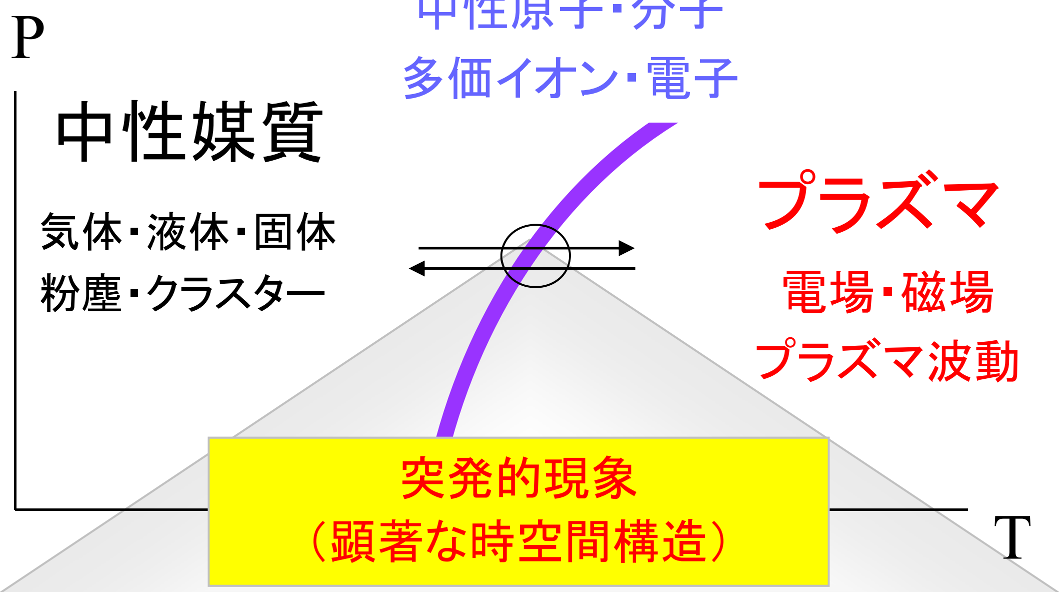
時間　：

- 臨界緩慢化（Critical Slowing Down）
- 揺らぎの増大（異なった状態間の遷移）
- 雪崩・爆発・突発現象（非拡散的・非線形不安定性）

空間　：

- 空間構造・状態の変化
- 突起構造、（非拡散構造・非対象）
- 自己相似性・フラクタル性

「プラズマ相転移」が切り開く新たな科学



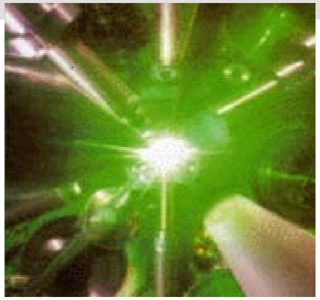
中性媒質

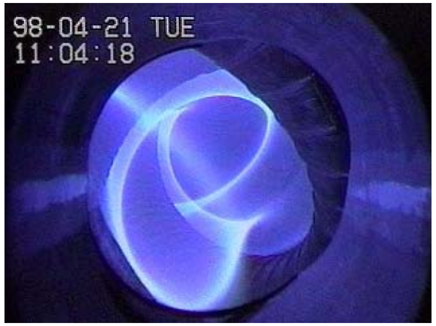
気体・液体・固体
粉塵・クラスター

中性原子・分子
多価イオン・電子

プラズマ

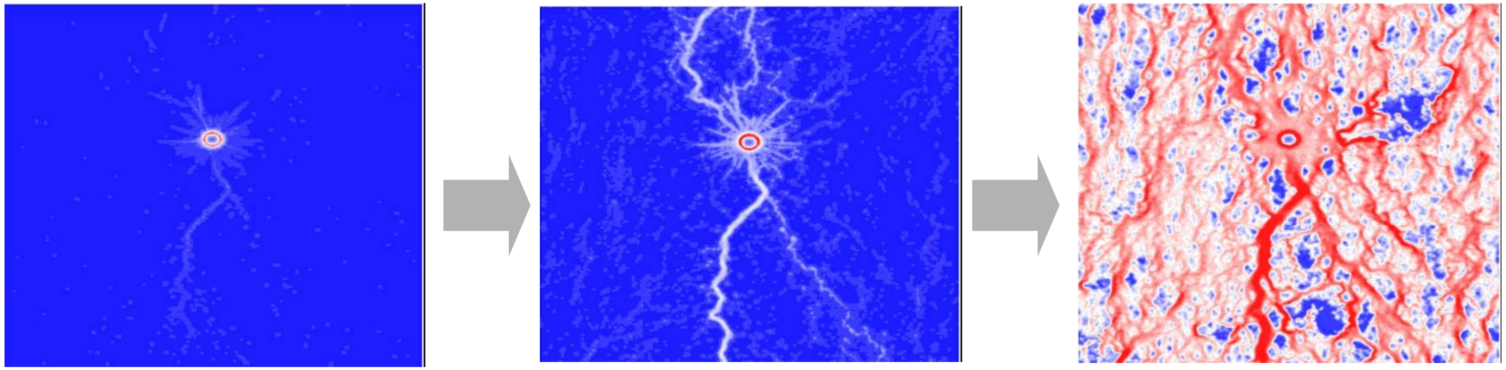
電場・磁場
プラズマ波動





突発的現象
（顕著な時空間構造）

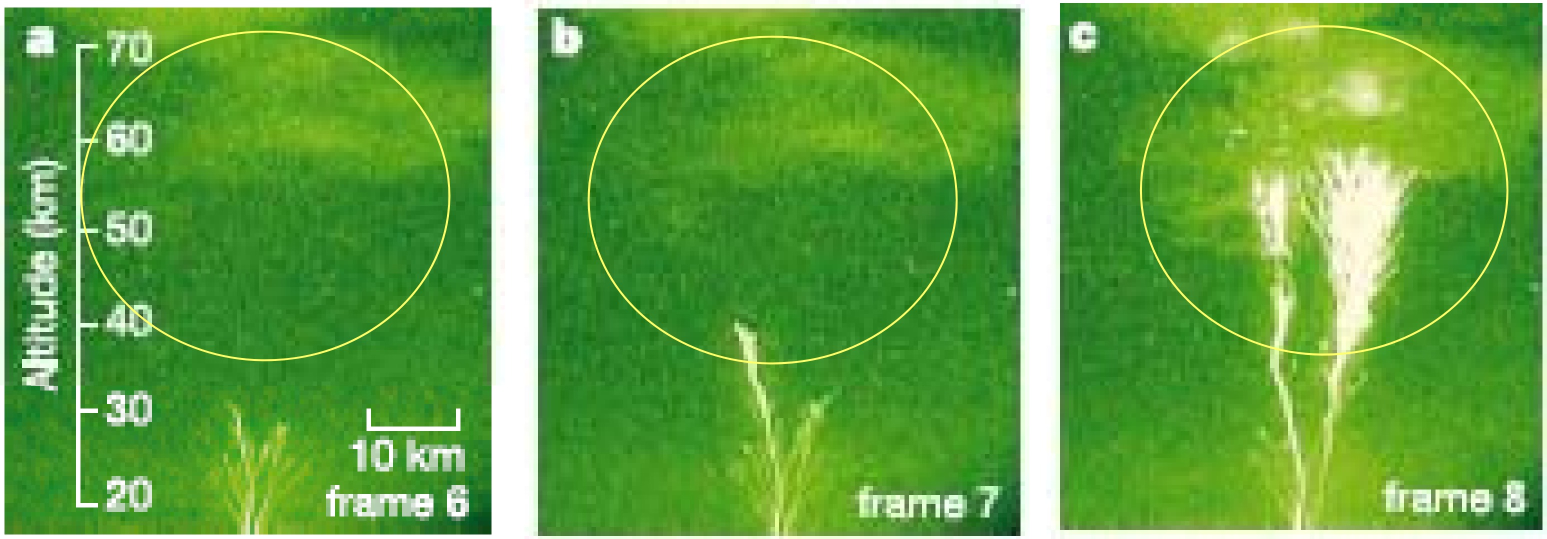
初期状態の形成 → トリガー 臨界ダイナミックス → 構造発展 ダイナミックス



"Lightning", the newest problem, not resolved, attractive as nonlinear and plasma science

Tight coupling between "time" and "space" structure

Pasko et.al. Nature 416, 152 (2002)



blue jet (cloud tops)
v~10^5m/sec

sprites
(near ionsphere)
v~10^7m/sec

Basic Equations for description of plasma

Maxwell and Boltzmann system

6D phase space + time $f_\alpha(\mathbf{r},\mathbf{v}:t)$

$$\left\{\frac{\partial}{\partial t}+\mathbf{v}\cdot\nabla+\frac{q_\alpha}{m_\alpha}\left[\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\frac{1}{c}\mathbf{v}\times\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right]\cdot\nabla\right\}f_\alpha(\mathbf{r},\mathbf{v};t)=\left(\frac{\partial f_\alpha}{\partial t}\right)_c$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\nabla\times B(\mathbf{r},t)-\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=-\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=4\pi\rho(\mathbf{r},t)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r},t)=0$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},t)=\sum_\alpha q_\alpha\int f_\alpha(\mathbf{r},v;t)\mathbf{v}d\mathbf{v}$$

$$\rho(\mathbf{r},t)=\sum_\alpha\int f_\alpha(\mathbf{r},v;t)d\mathbf{v}$$

Particle method :

$$\mathbf{J}(\mathbf{r},t)=\sum_\alpha q_\alpha\mathbf{v}_\alpha\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

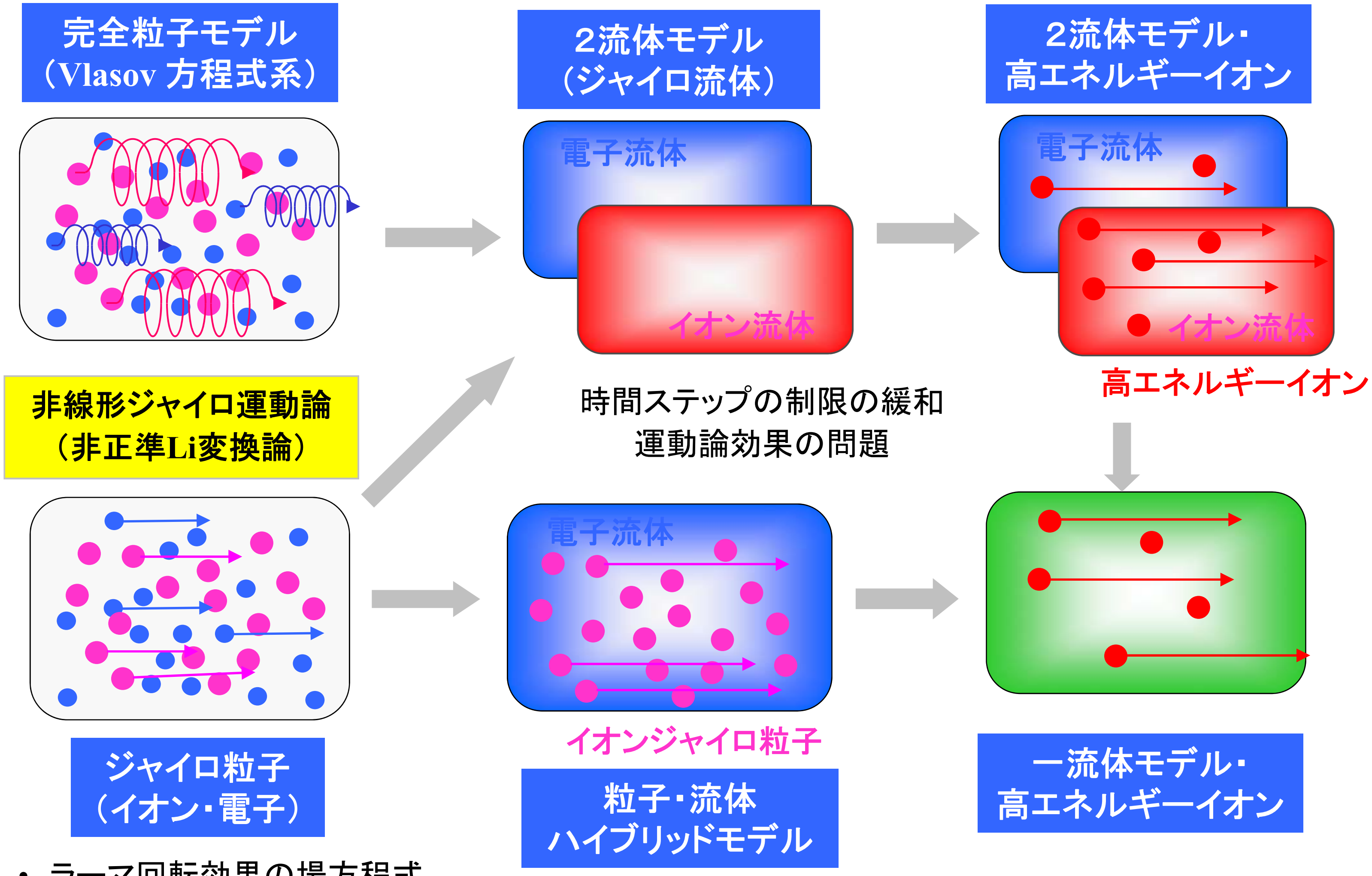
$$\rho(\mathbf{r},t)=\sum_\alpha q_\alpha\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

↑

$$\frac{d\mathbf{P}_\alpha}{dt}=q_\alpha\left(\mathbf{E}+\frac{1}{c}\mathbf{v}_\alpha\times\mathbf{B}\right)$$

$$\frac{d\mathbf{x}_\alpha}{dt}=\frac{\mathbf{p}_\alpha}{\gamma_\alpha m_\alpha}$$

様々な核融合プラズマシミュレーション手法



完全粒子モデル（Vlasov 方程式系）

非線形ジャイロ運動論（非正準Li変換論）

ジャイロ粒子（イオン・電子）

- ラーマ回転効果の場方程式への繰り込み（ノイズ低減）

2流体モデル（ジャイロ流体）

時間ステップの制限の緩和
運動論効果の問題

粒子・流体ハイブリッドモデル

イオンジャイロ粒子

時間ステップの制限の緩和

2流体モデル・高エネルギーイオン

高エネルギーイオン

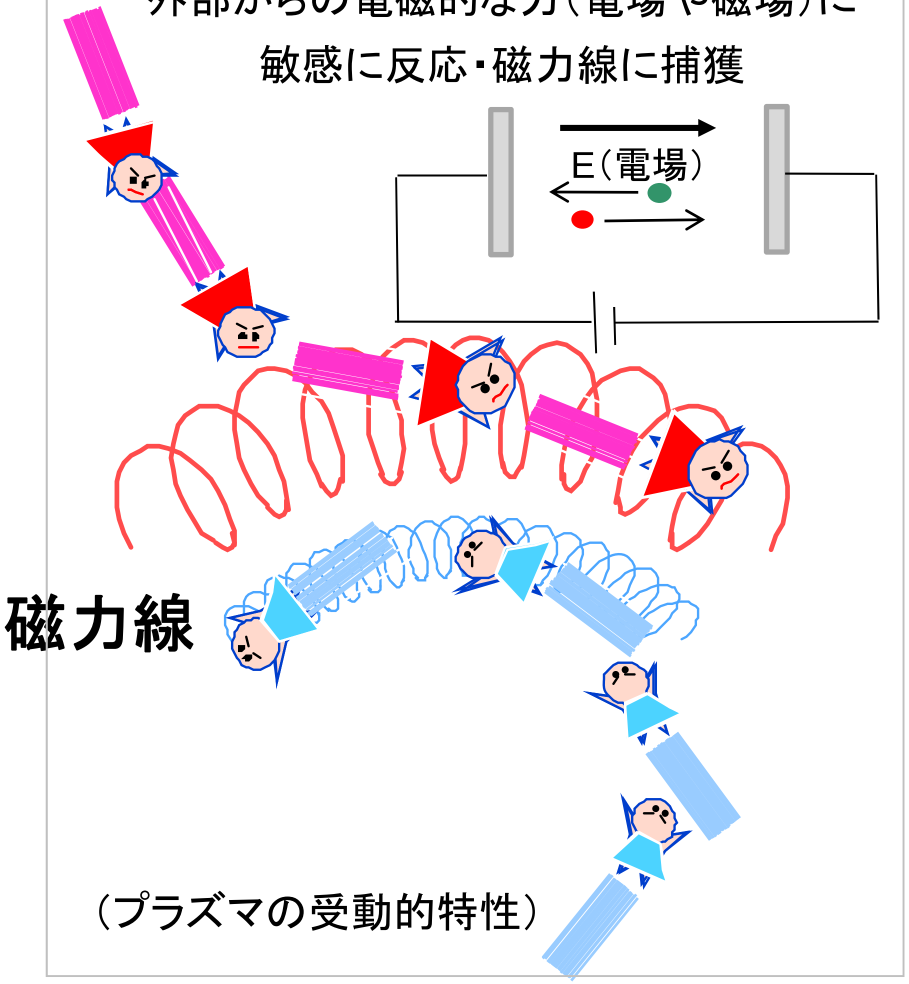
一流体モデル・高エネルギーイオン

プラズマは高度なIT社会

プラズマを支配する二つの性質： 電磁的相互作用と非局所相互作用

磁力線はパートナー

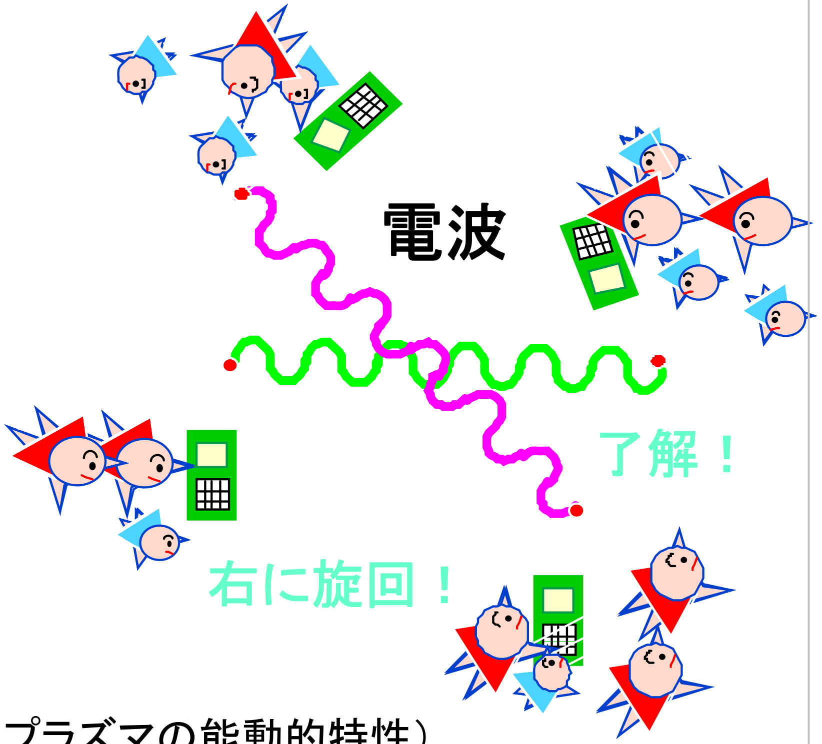
外部からの電磁的な力（電場や磁場）に
敏感に反応・磁力線に捕獲



（プラズマの受動的特性）

離れていても意志を疎通

電磁場を発信しながら空間的に離れた
プラズマと情報交換、進路を決定



（プラズマの能動的特性）

Motivation : Reconsideration of non-local heat transport

Relation between “flux” and “thermodynamic force”

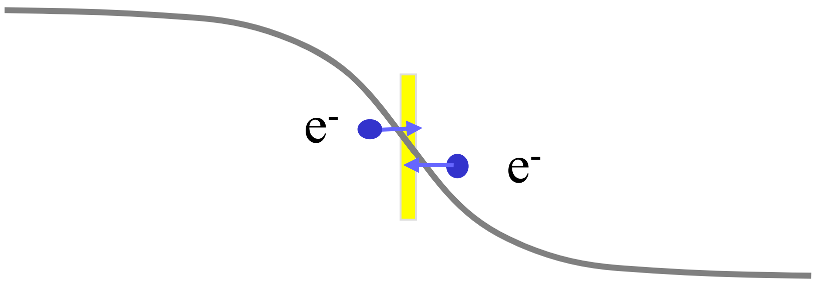
“Fick Law”

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \textbf{Flux}}}{\mathbf{F}} = \mathbf{M} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \textbf{Thermo-dynamic} \\ \textbf{force}}}{\mathbf{X}}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{Q} \end{pmatrix} = \mathrm{M} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \nabla \mathrm{T} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1/\eta & \alpha \\ -\beta & -\kappa \end{pmatrix}$$

Multi-value (hysteresis nature)
in flux-gradient relation

(a) local transport $\lambda_e << L$



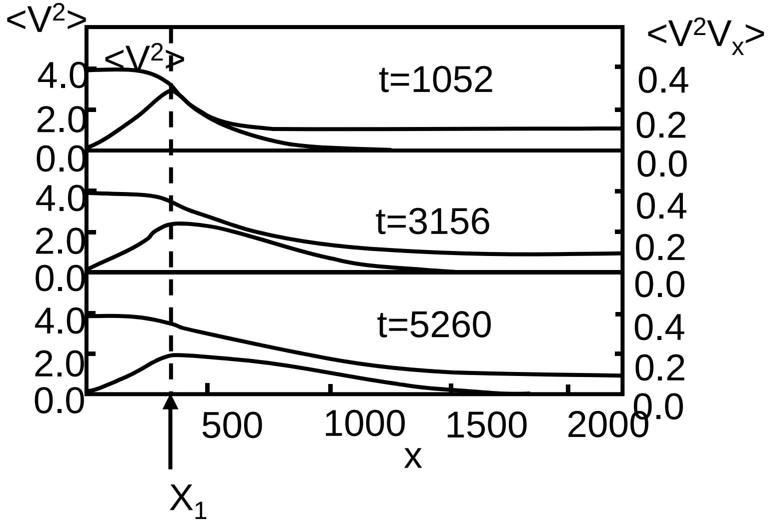
$$\mathbf{Q} = -\kappa_{SH} \frac{dT_e}{dx}$$

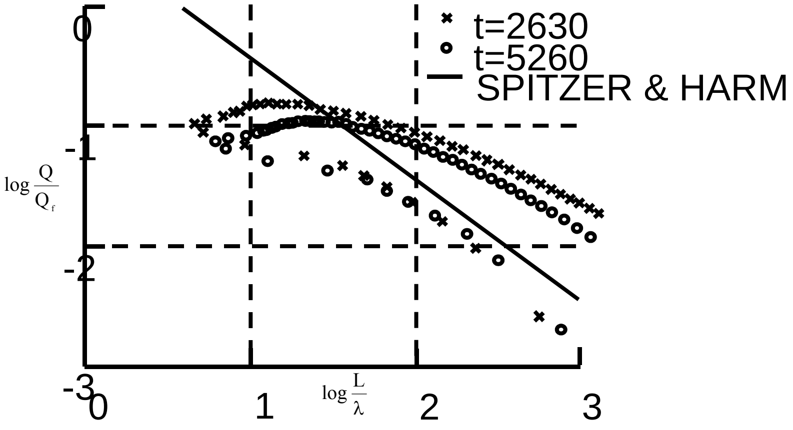
$$= -8\sqrt{2\pi}\left(nT_e v_{th}\right)\left(\frac{\lambda_e}{L}\right)$$

Motivation : Reconsideration of non-local heat transport

A.R. Bell, R. G. Evance, and D. J. Nicholas, *Electron Energy Tranport in Steep Temperature Gradients in Laser Produced Plasmas*, Phys. Rev. Lette. 46, 243 (1981)

Break up of "Fick Law"

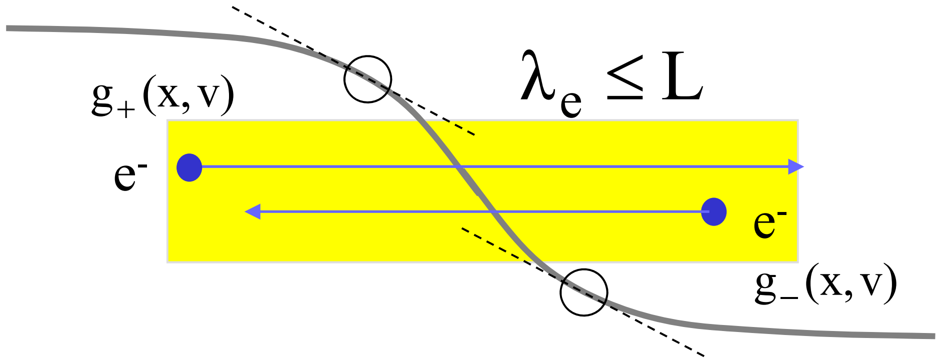




$$\mathbf{Q} = -\kappa_{SH}\frac{dT_e}{dx} = -8\sqrt{2\pi}\left(nT_e v_{th}\right)\left(\frac{\lambda_e}{\mathrm{L}}\right)$$

Non-local nature in flow-gradient relation

An Extension of Spitzer-Hahm Theory on Thermal Transport
to Steep Temperature Gradient Case



$$\mathrm{cf}: \ \lambda_e(T)/L \sim 0.01$$

Non-local
thermal equilibrium

Kishimoto and Mima,
J. Phys. Soc. Jpn, 52, 3389 (1983)

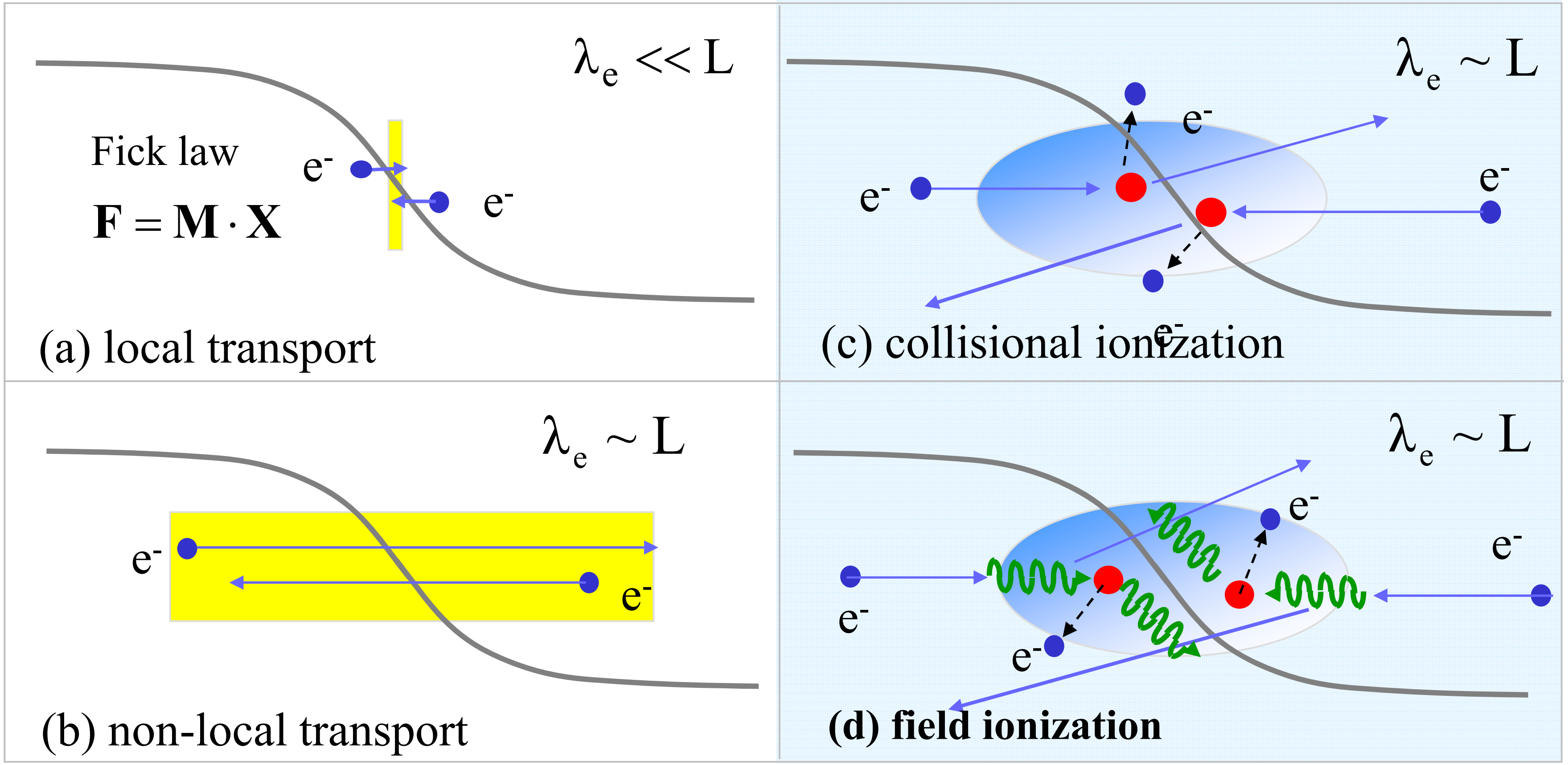
$$\mathbf{Q} = -\kappa_{S-H} \frac{dT}{dx} \left\{ 1 + \left[\delta_1 \left(\frac{\lambda_e}{T} \frac{dT}{dx} \right)^2 + \underbrace{\delta_2 \left(\frac{\lambda_e^2}{T} \frac{d^2T}{dx^2} \right)}_{\textit{Multi-value nature}} + \delta_3 \lambda_e^2 \left(\frac{dT}{dx} \right)^{-1} \frac{d^3T}{dx^3} \right] \right\}$$

Kishimoto, Mima and Haines, J. Phys. Soc. Jpn. 57, 1972 (1988)

$$f_0(x,v) = \int_{x_1}^{\tilde{x}} dx' W(x,x') f_M(x') + \left[g_+(x,v) + g_-(x,v) \right]$$

Transport and coupling with ionization

Non-linear and non-local relation between “flow” and “gradient”



$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{X}\left(\boldsymbol{I}+\alpha_1\boldsymbol{X}^2+\alpha_2\boldsymbol{X}'+\alpha_3\boldsymbol{X}''\boldsymbol{X}^{-1}\cdots\right)$$

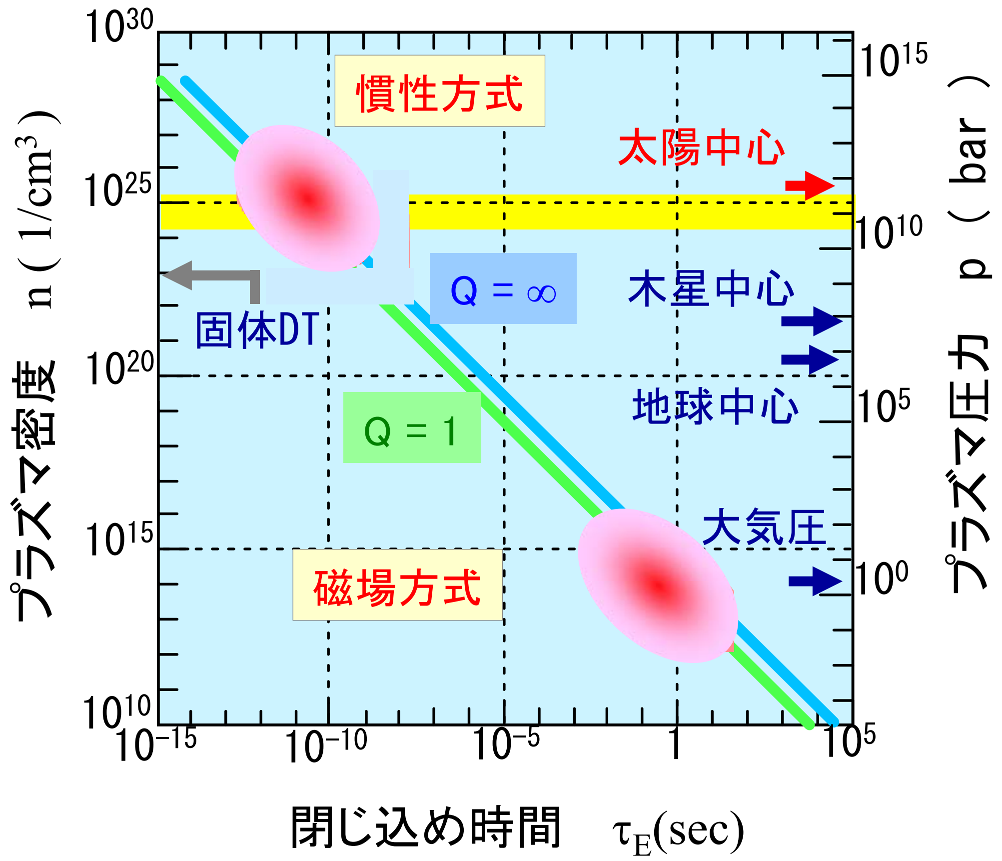
$$\boldsymbol{F} = \int_a^b \boldsymbol{M}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}')\cdot\boldsymbol{X}\,\mathrm{d}\boldsymbol{x}' + \left[\boldsymbol{g}_+(a)+\boldsymbol{g}_-(b)\right]$$

Non−local transport
accompanied by plasma generation

「磁場方式」と「慣性（レーザー）方式」

Lawson条件を満たす2つの領域

DT核融合のプラズマ温度　：　T ≅ 10keV



磁場方式

磁場生成技術
$B \sim 5T$ (100bar)

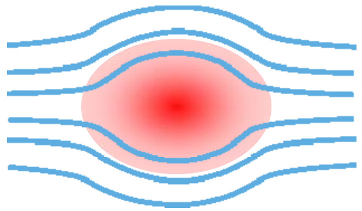
⇨

$P \sim 5$ bat
$n \sim 10^{14}$ / cm³

⇩

閉じ込め時間
$\tau_E \sim 1$ sec

磁場圧



慣性方式

レーザー技術
$E_L \sim 10^1 \sim 10^3$ kJ
$\tau_L \sim 10^{-9}$ sec

⇨

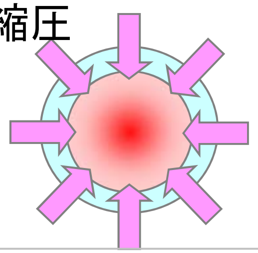
$\tau \sim R/C_S$
$\sim 10^{-9}$ sec

⇩

プラズマ密度

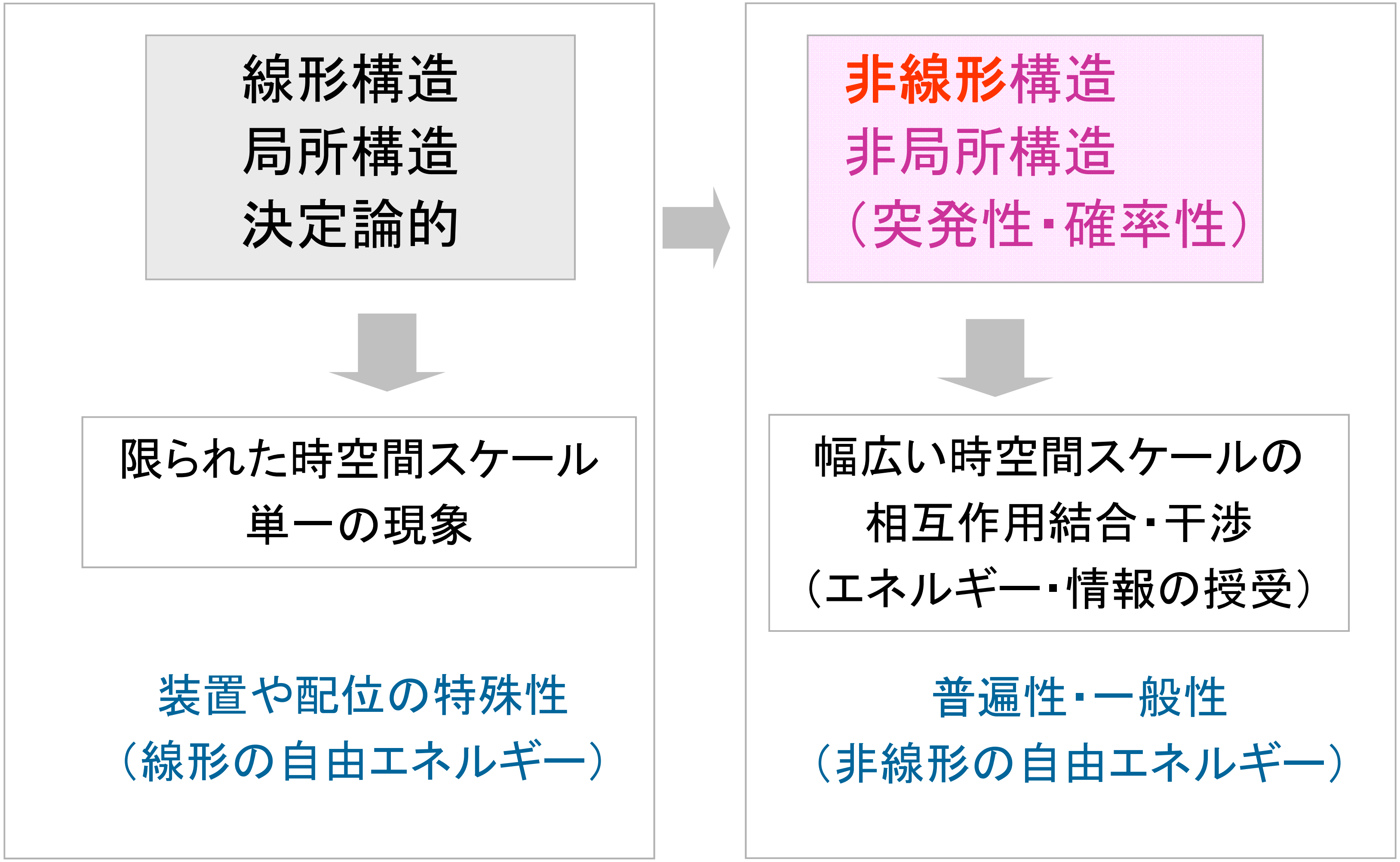
$$\frac{n}{n_{solid}} \sim 10^2 - 10^3$$

爆縮圧



プラズマ物理におけるパラダイムシフト

高温プラズマ：　非平衡・微小散逸／長時間記憶保持



線形構造
局所構造
決定論的

限られた時空間スケール
単一の現象

装置や配位の特殊性
（線形の自由エネルギー）

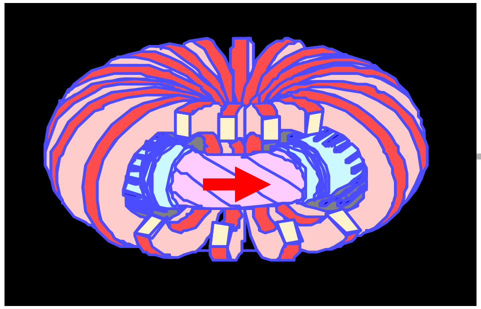
非線形構造
非局所構造
（突発性・確率性）

幅広い時空間スケールの
相互作用結合・干渉
（エネルギー・情報の授受）

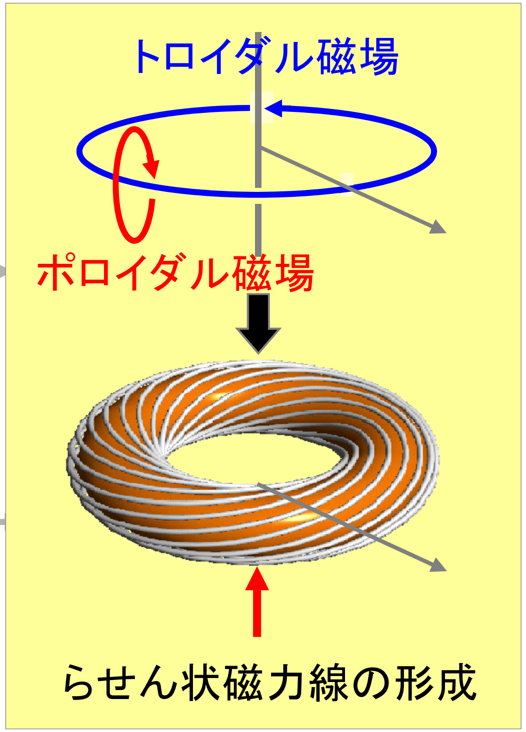
普遍性・一般性
（非線形の自由エネルギー）

線形性・非線形性のメリット・ディメリット（1）

トカマク型
（軸対称）



ヘリカル型
（非軸対称）



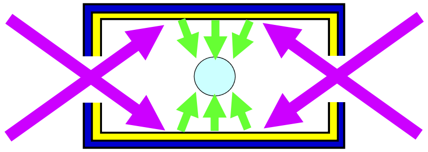
線形性の観点での
装置設計

⇄

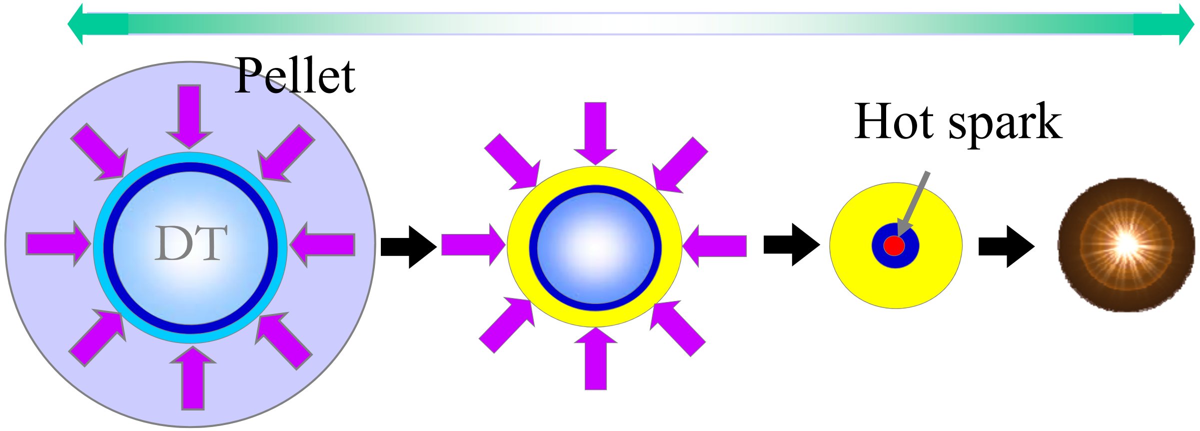
非線形性の観点での
装置設計

線形性・非線性のメリット・ディメリット（2）

間接点火方式



Nano-second ($\sim 10^{-9}$ sec) order dynamics



中心点火方式

照　射

圧　縮

中心点火

燃　焼

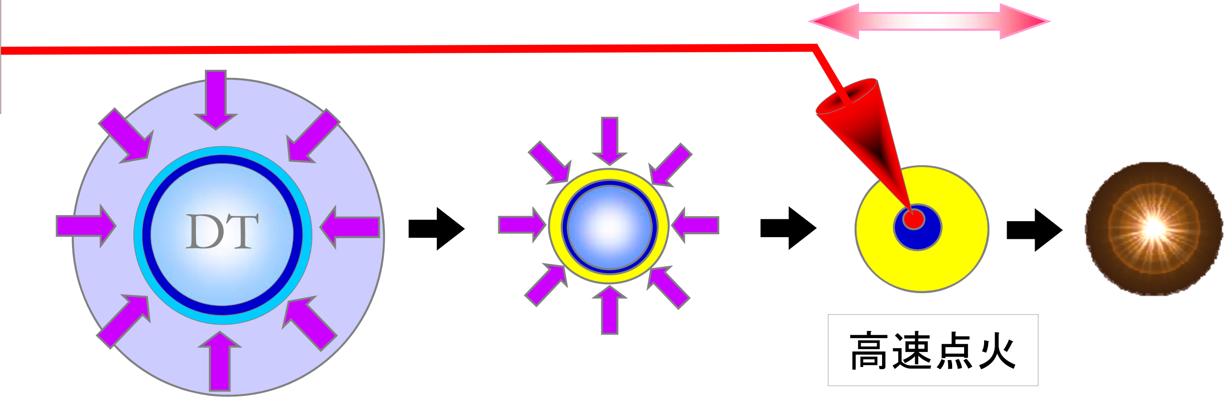
高速点火方式

$\sim 10^{14}$W/cm^2

Pico-second ($\sim 10^{-12}$ sec) order dynamics

High power peta-watt laser

$\sim 10^{20}$W/cm^2



高速点火

核融合エネルギーの実証に向けて

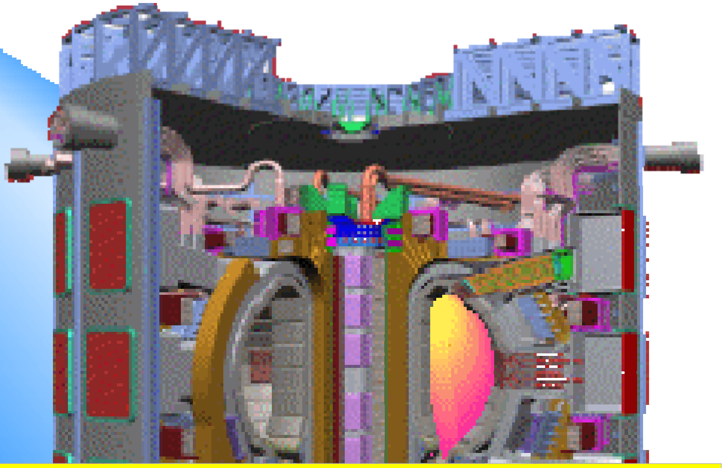
核融合研究の50年 ➡ プラズマ物理の構築

第4回核融合エネルギー連合講演会
平成14年6月13日
大阪コンベンションセンター

核融合研究の開始
1960年（昭和35年）～

慣性（レーザー）方式：
NIF（米国）・LMJ（仏国）
2012年（?）点火・燃焼

国際熱核融合：ITER
2026年　点火・燃焼実験

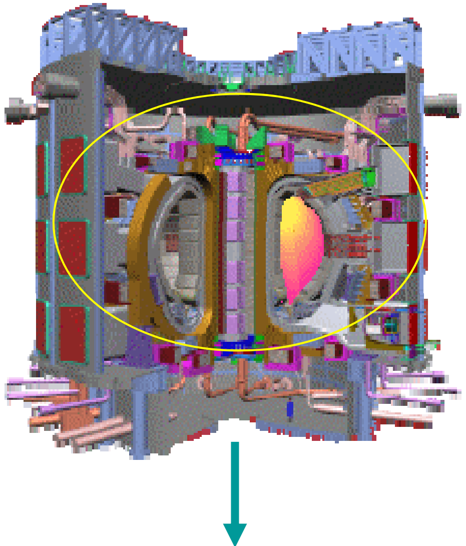


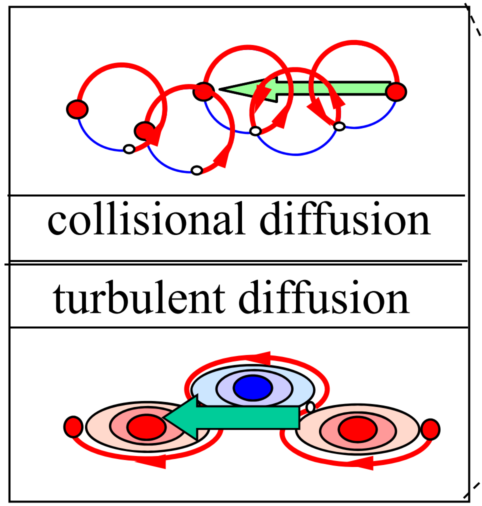
「20世紀のプラズマの歴史は、・・・そして我々の地球においてプラズマ現象が持つ隠れた重要性や、宇宙におけるはっきりした重要性について、ほとんど認識のない状態のもとで始まった」　（R.Post ：「20世紀の物理学」）

Fusion device(Tokamak) & magnetic fields

Magnetic fields are designed to minimize
various plasma fluctuations based on linear theory

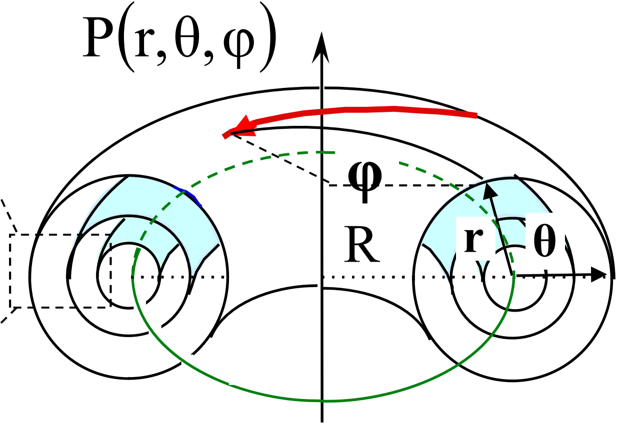
$$D \propto \frac{n}{B^2 T^{1/2}}$$

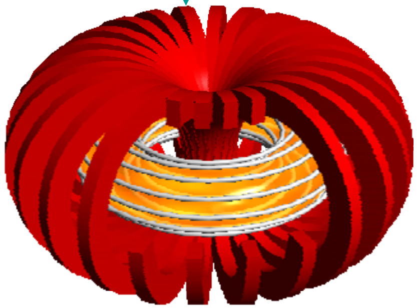




collisional diffusion

turbulent diffusion





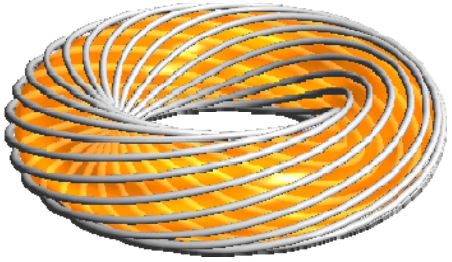
B_φ

Toroidal magnetic field

+

B_θ

Poloidal magnetic field

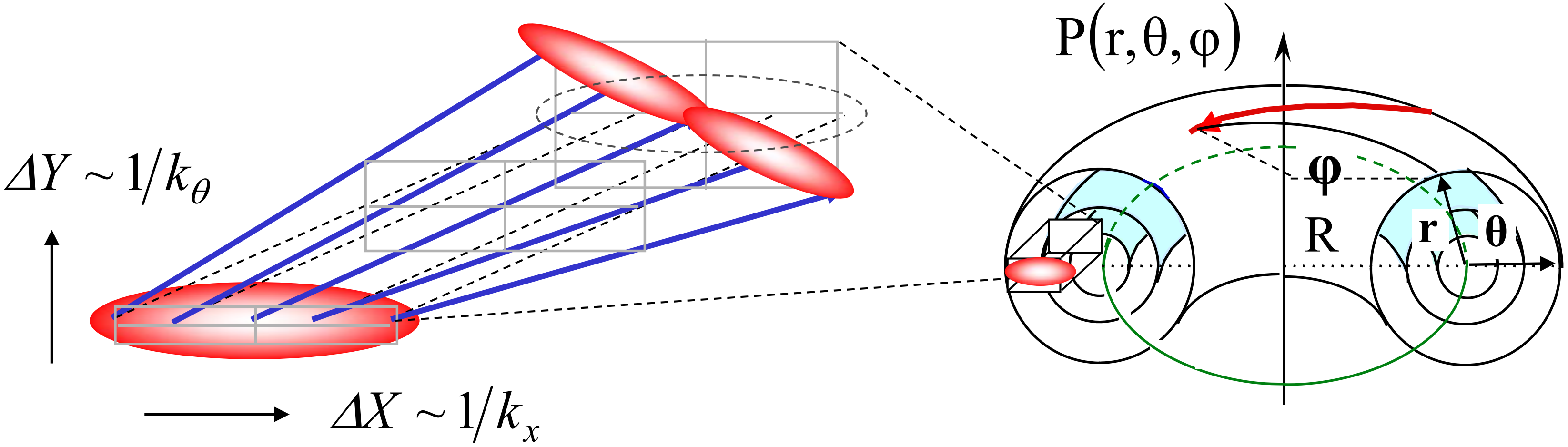


$\mathbf{B} = \left(B_\varphi \hat{\boldsymbol{\varphi}} + B_\theta \hat{\boldsymbol{\theta}}\right)$

Tilted Magnetic cage

Fusion device(Tokamak) & magnetic fields (2)

Magnetic fields are designed to minimize
various plasma fluctuations based on linear theory



$$q(r) \equiv \frac{r}{R}\frac{B_T}{B_P} \sim \frac{m}{m}$$

磁場の傾斜
（安全係数）

$$\hat{s} = \frac{r}{q}\frac{\partial q}{\partial r}$$

傾斜率の変化
（磁気シア）

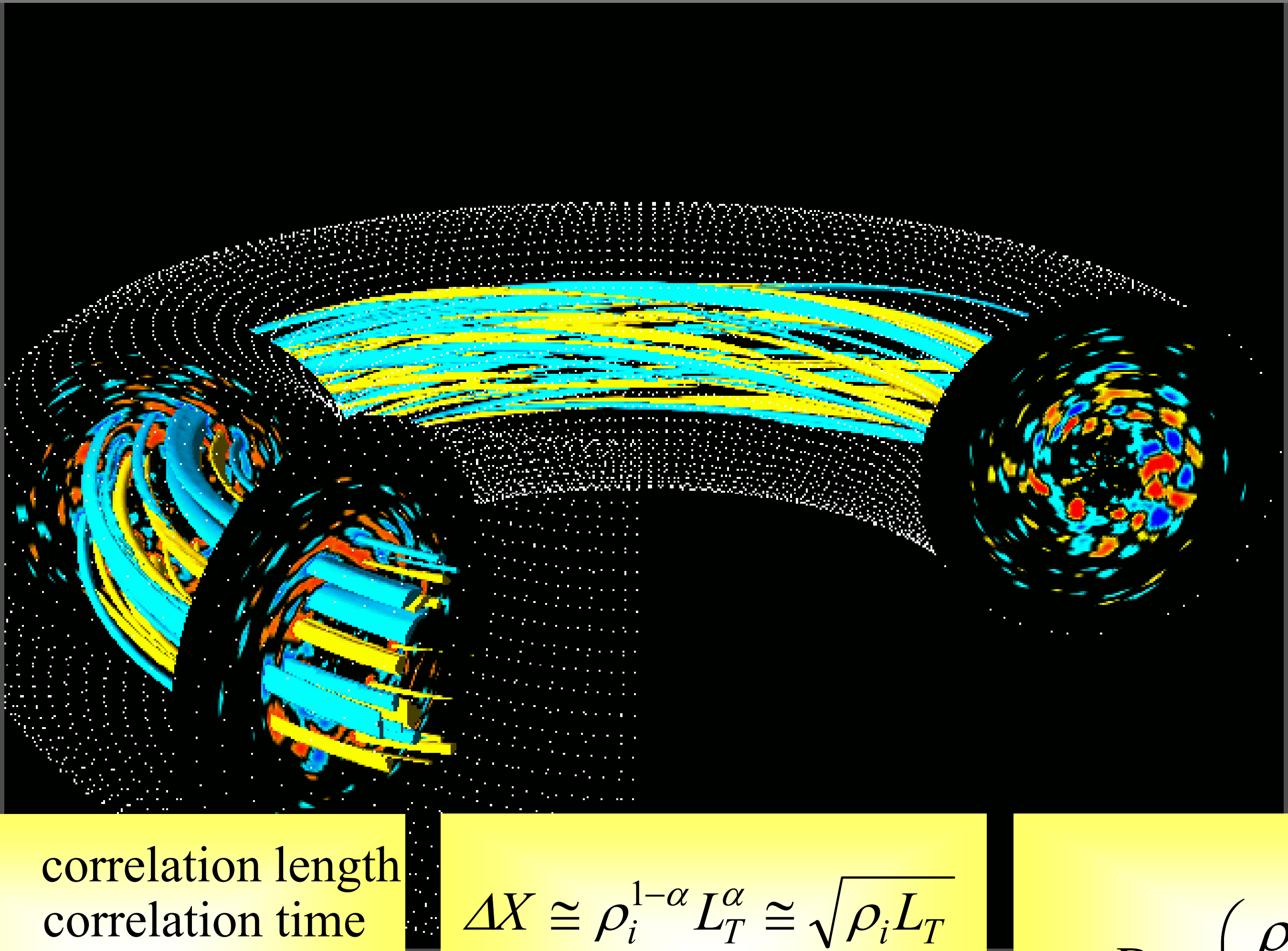
$$\Delta X \cong \frac{1}{\hat{s}k_\theta} \propto \frac{\rho_j}{\hat{s}}$$

揺らぎのサイズ

$$D \cong \frac{\Delta X^2}{\tau_c}$$

拡散係数

Global turbulent simulation of ion temperature gradient mode (ITG)



ΔX : correlation length

τ_c : correlation time

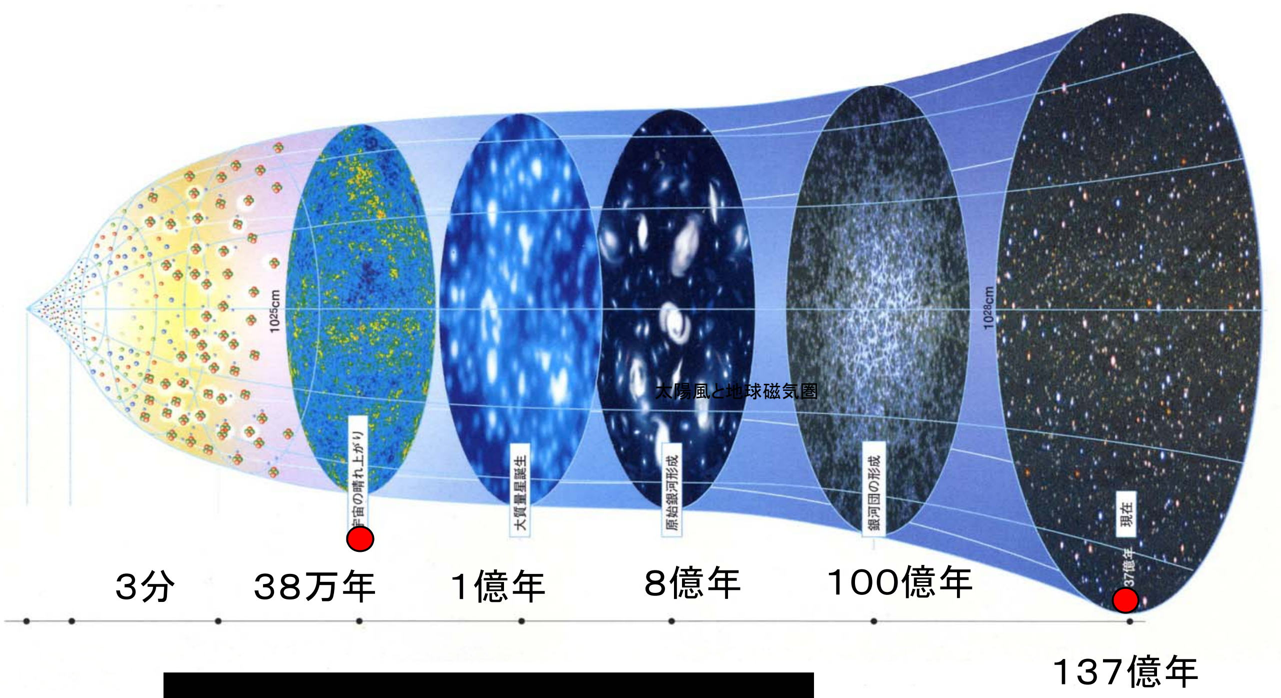
$$D \cong \frac{\Delta X^2}{\tau_c}$$

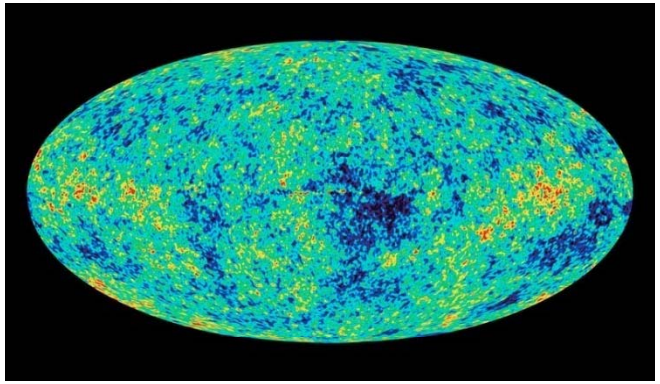
$$\Delta X \cong \rho_i^{1-\alpha} L_T^{\alpha} \cong \sqrt{\rho_i L_T}$$

$$\rho_i < \Delta X < a, L_T$$

$$D \propto \left(\frac{\rho_s}{a}\right)^{1-\alpha} \frac{T}{B}$$

揺らぎの自己形勢と宇宙



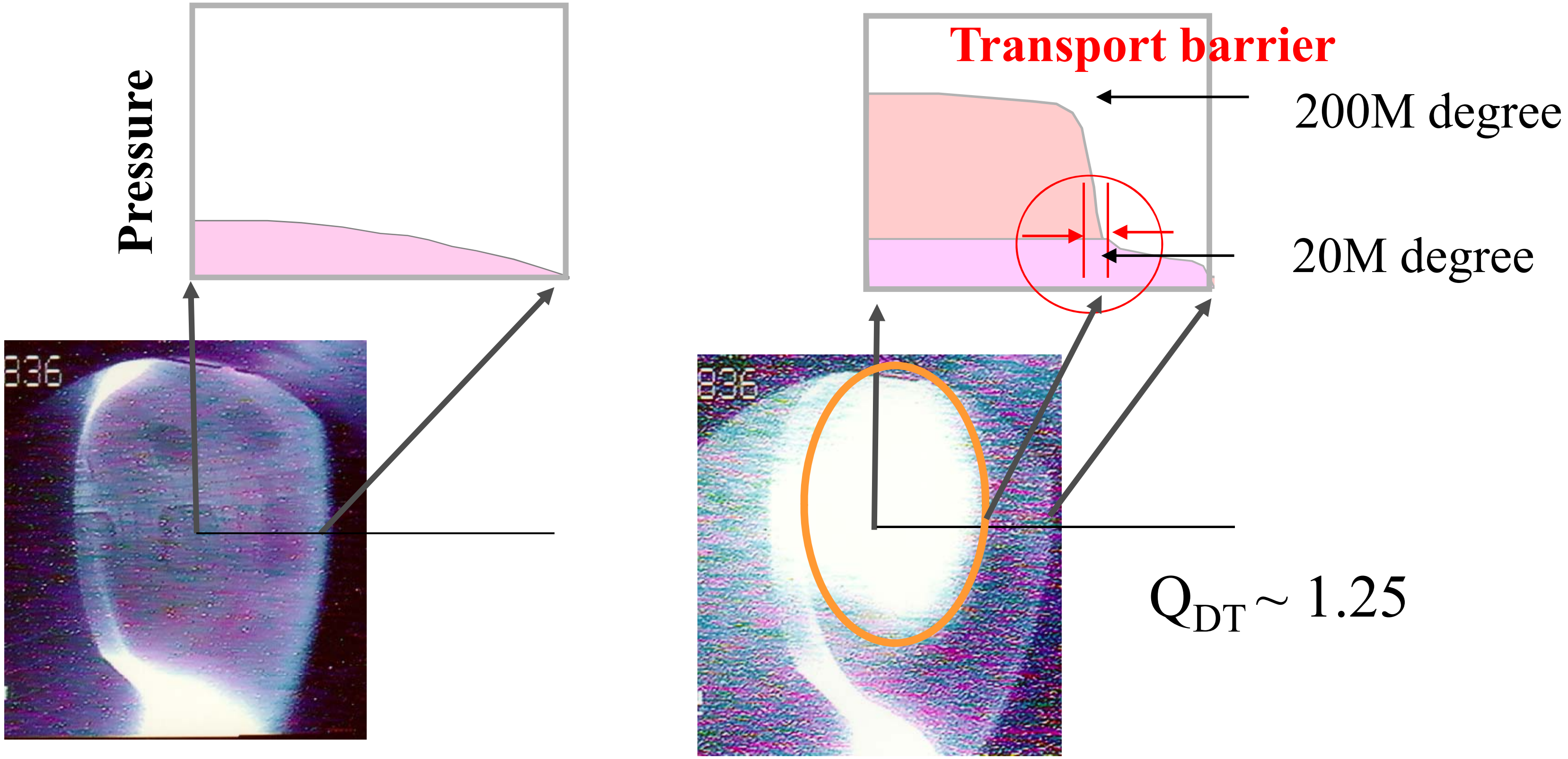


宇宙背景放射　3度 $k=2.5^{-4}$ eV

WMAP （NASAより）

A high performance plasma is realized by having “structure”

June 11, (June 25 :press) 1998 Shot number E31872 , $Q_{DT} \sim 1.25$



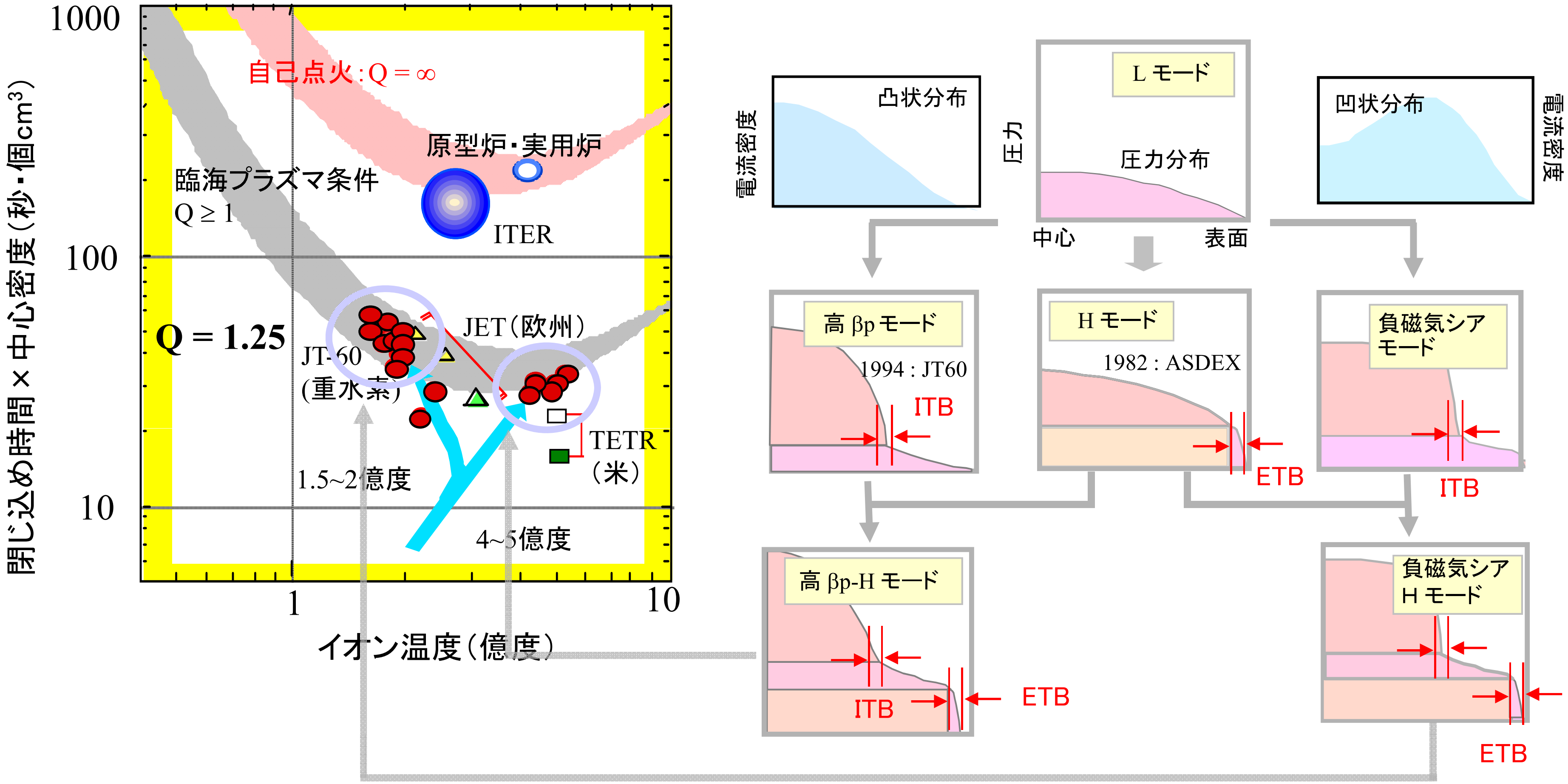
Low confinement plasma

High confinement plasma

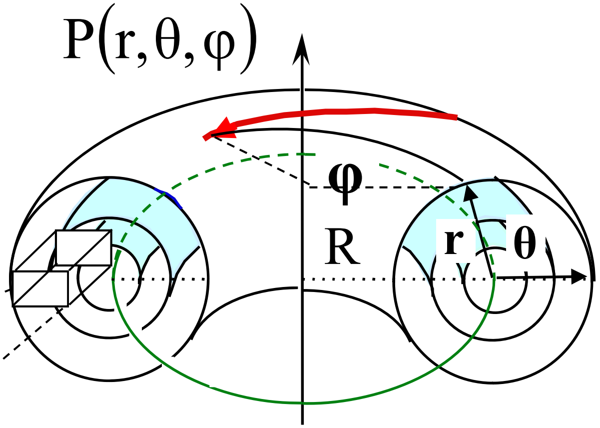
[*Ishida, et al.,IAEA,’98, NF, ’99*]

“経路の選択”と“分布の形成”

岸本泰明　:「数値トカマク実験（NEXT）研究」
シミュレーション，２２巻, ２号, ９（２００２）

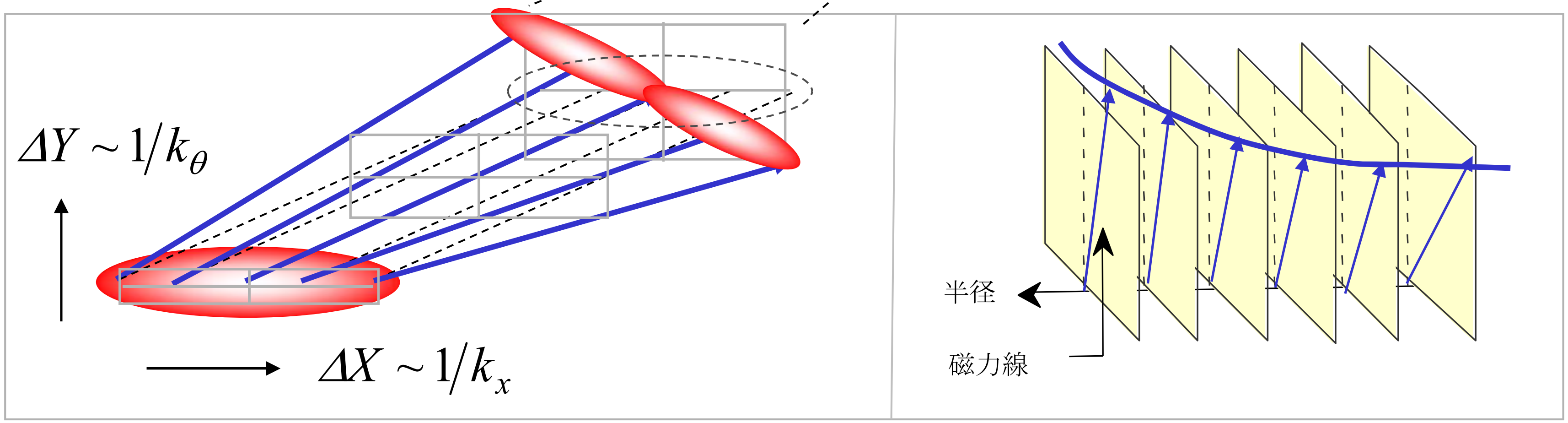


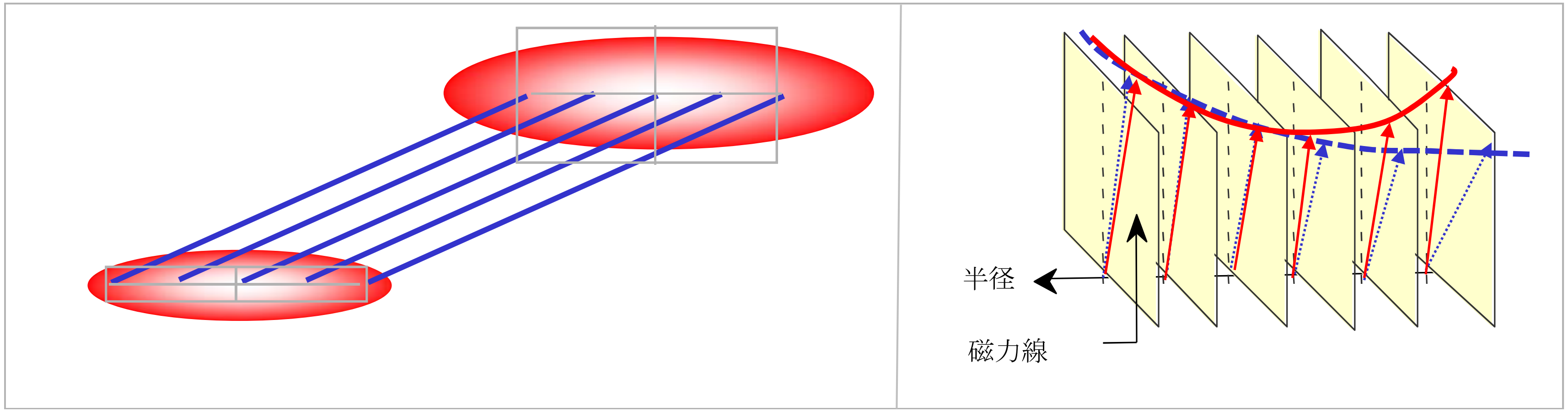
Configuration of
“Magnetic Shear Reversal”



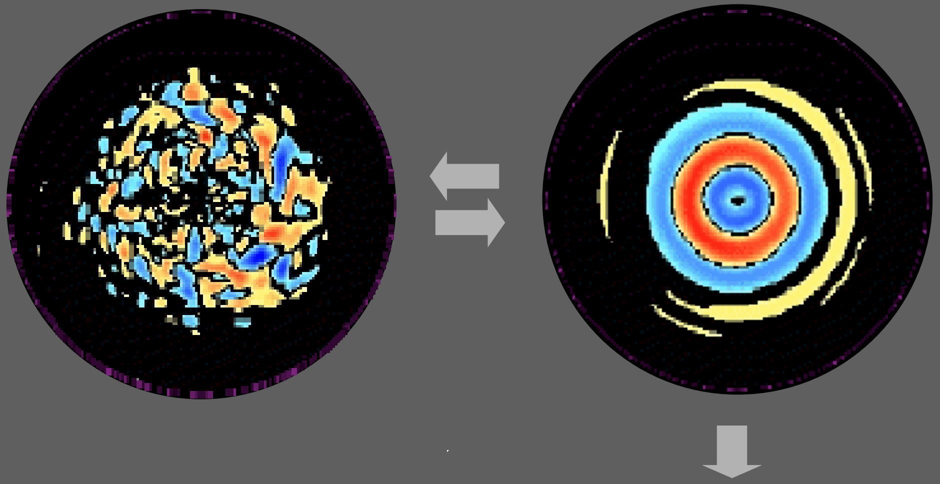
Linearly unstable profile

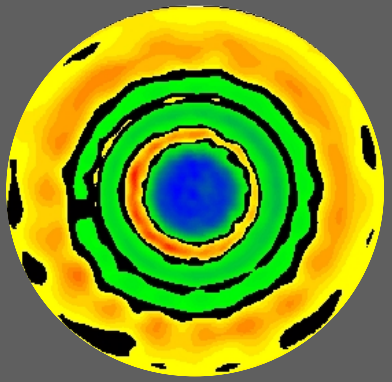
$$\hat{s}=\frac{r}{q}\frac{\partial q}{\partial r}\sim 0$$

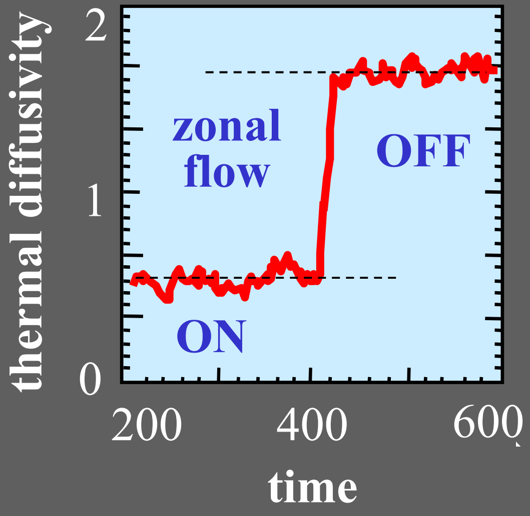




Global flow generation from turbulence



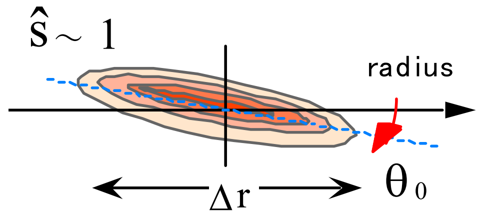


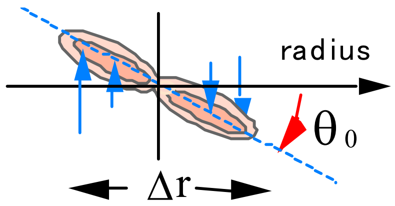


World dominated by turbulence and flows

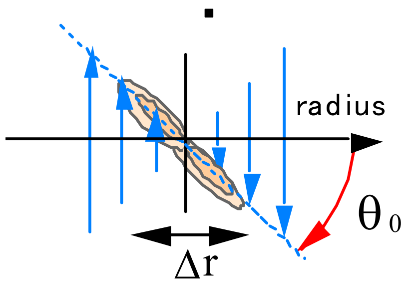
Interaction between flows & fluctuations

Shearing decorrelation of turbulence

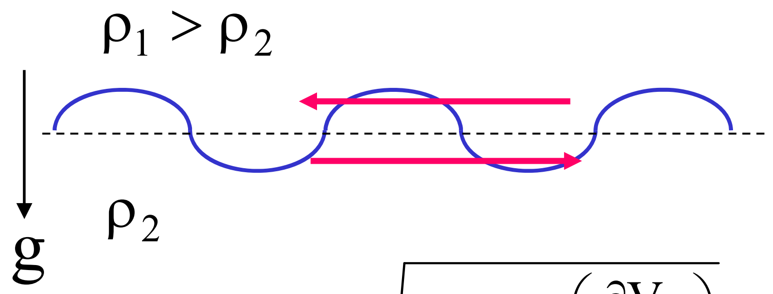




$$\left(1+k_\perp^2\right)\frac{\partial}{\partial t}\phi_{k_x} = -ik_y\phi_{k_x} + \boxed{\upsilon'_{sf}\left(1+k_\perp^2\right)k_y\frac{d\phi_{k_x}}{dk_x}} + \left[\phi,\nabla_\perp^2\phi\right]_{k_x}$$



Shearing decorrelation is a local interaction in *k* space



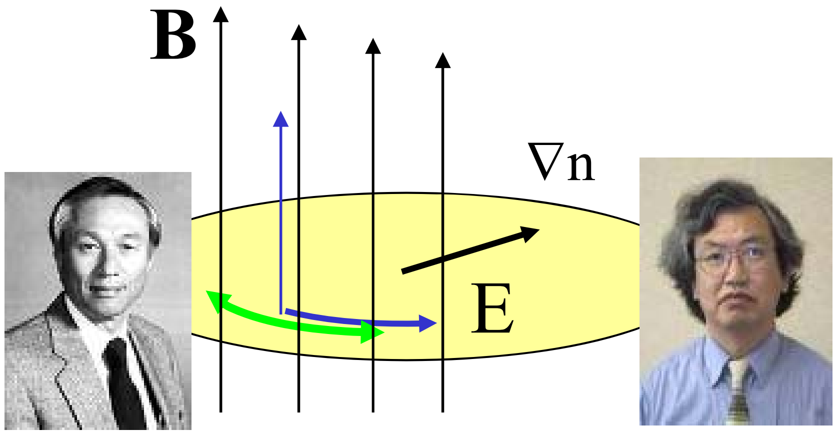
$$\left\langle \delta k^2 \right\rangle = t^2 k^2 V_E'^2$$

$$\gamma = \sqrt{k_y g - \alpha\left(\frac{\partial V_y}{\partial x}\right)}$$

Turbulence in quasi-two dimensional bounded system

Drift wave : Hasegawa-Mima eq.

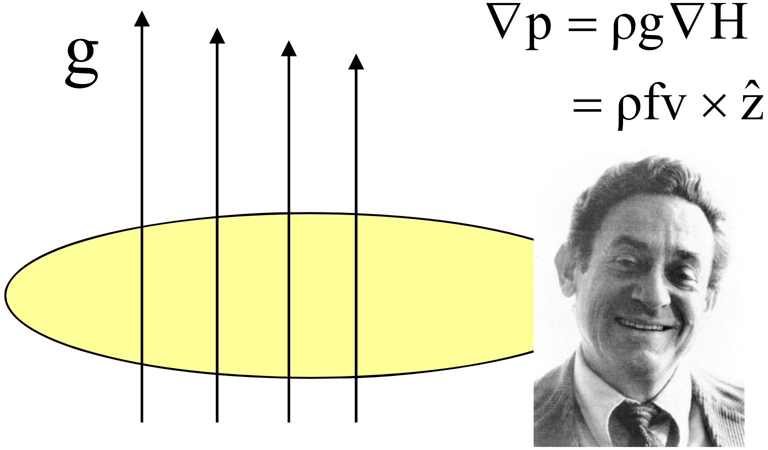
$$\left(\mathbf{1}-\nabla^{2}\right)\frac{\partial\boldsymbol{\varphi}}{\partial\mathbf{t}}+\mathbf{v}_{\mathbf{d}}\frac{\partial\boldsymbol{\varphi}}{\partial\mathbf{y}}-\left[\left(\mathbf{b}\times\nabla\boldsymbol{\varphi}\right)\cdot\nabla\right]\nabla^{2}\boldsymbol{\varphi}=\mathbf{0}$$



$$\mathbf{v}_{E}=\frac{c}{B}\hat{\mathbf{z}}\times\nabla\phi \qquad \mathbf{v}_{p}=-\frac{c}{\omega_{ci}B}\frac{d}{dt}\nabla_{\perp}\phi$$

Rossby wave : Charney equation

$$\left(\mathbf{1}-\nabla^{2}\right)\frac{\partial\mathbf{h}}{\partial\mathbf{t}}+\mathbf{v}_{\mathbf{R}}\frac{\partial\mathbf{h}}{\partial\mathbf{y}}-\left[\left(\hat{\mathbf{z}}\times\nabla\mathbf{h}\right)\cdot\nabla\right]\nabla^{2}\mathbf{h}=\mathbf{0}$$



$$\nabla p=\rho g\nabla H$$
$$=\rho f v\times\hat{z}$$

$$\mathbf{v}_{c}=\frac{g}{f}\hat{z}\times\nabla H \qquad \mathbf{v}_{p}=-\frac{gH_{0}}{f^{2}}\frac{d}{dt}\nabla h$$

Conserving quantities

Energy : $W=(\nabla\phi)^{2}+\phi^{2}$ Enstrophy : $U=(\nabla\phi)^{2}+\left(\nabla^{2}\phi\right)^{2}$

Hasegawa and Wakatani, 1983

2 field extension of HM including instability source

VOLUME 59, NUMBER 14 PHYSICAL REVIEW LETTERS 5 OCTOBER 1987

Self-Organization of Electrostatic Turbulence in a Cylindrical Plasma

Akira Hasegawa
AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey 07974

and

Masahiro Wakatani
Plasma Physics Laboratory, Kyoto University, Uji, Kyoto 611, Japan

(Received 8 July 1987)

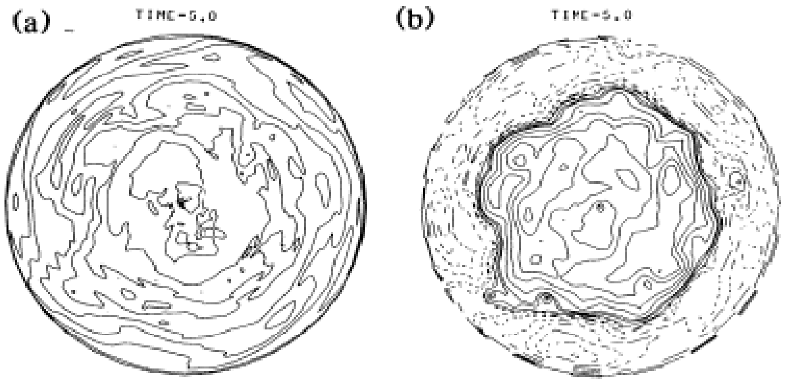


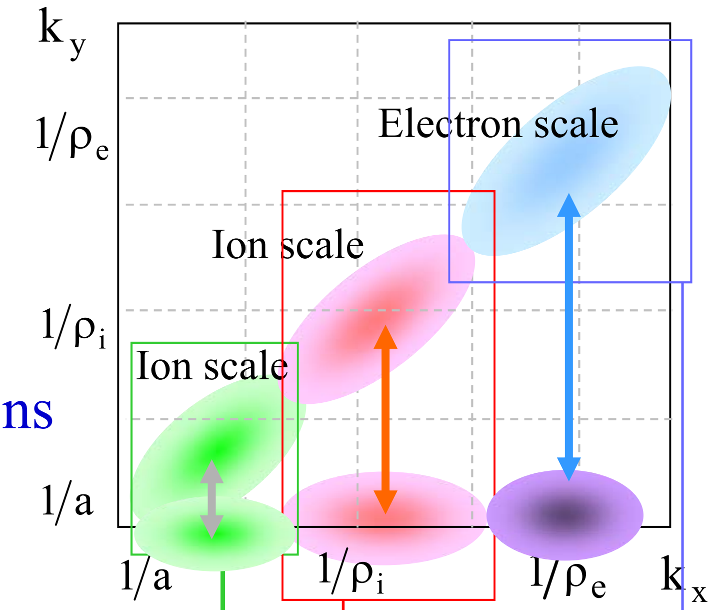
FIG. 1. (a) The density contour and (b) the potential contour from the three-dimensional computer simulation of electrostatic plasma turbulence in a cylindrical plasma with magnetic curvature and shear. In (b) the solid (dashed) lines are for the positive (negative) potential contours. Note the development of closed potential contours near the $\phi \simeq 0$ surface.

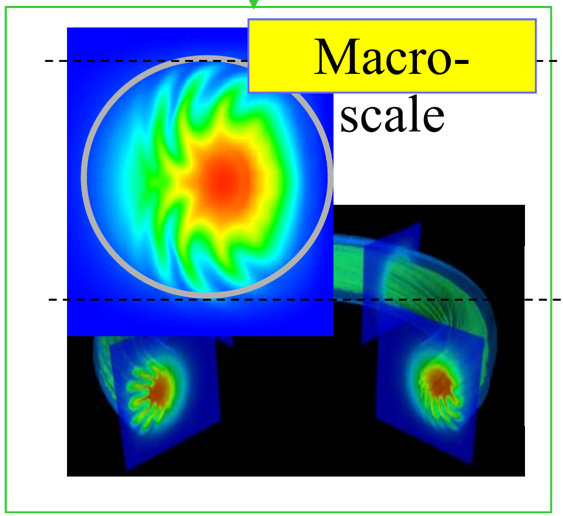
In summary we have shown a self-organization of electrostatic turbulence of a cylindrical plasma with magnetic curvature and shear. The resultant axisymmetric potential profile is explained by means of the variational principle of minimization of the potential enstrophy. The self-organized axisymmetric potential contours show generation of azimuthal zonal flows; hence, they indicate inhibition of radial diffusion. In particular, near the $\phi=0$ surface, the radial particle flux is minimum since $\langle \phi n_1 \rangle \simeq 0$. This fact in turn produces a steep density gradient around this surface. The diffusion is likely to occur intermittently when a small cell moves across the closed stream lines.

Various fluctuation with different scales

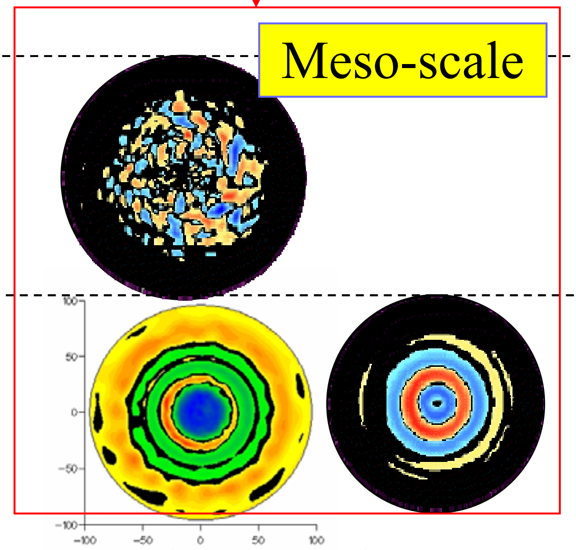
- ▶ many eigen modes,

  $\mathit{\Delta} k \sim 10^5 \quad \mathit{\Delta}\omega \sim 10^8$
- ▶ coexistence of multi-scale fluctuations

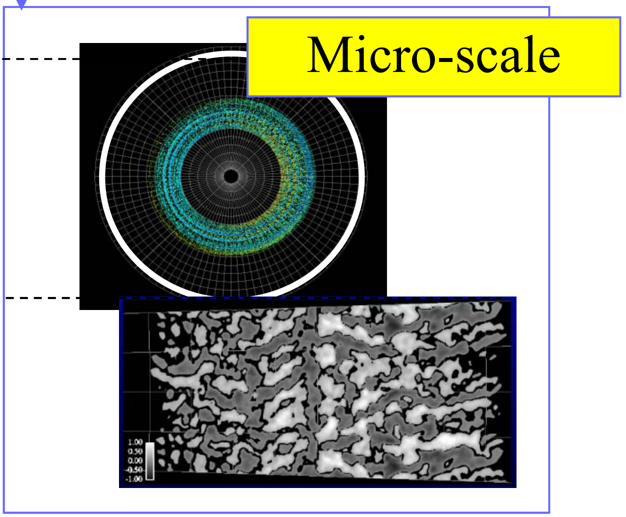




[*courtesy of Kagei (JAEA)*]



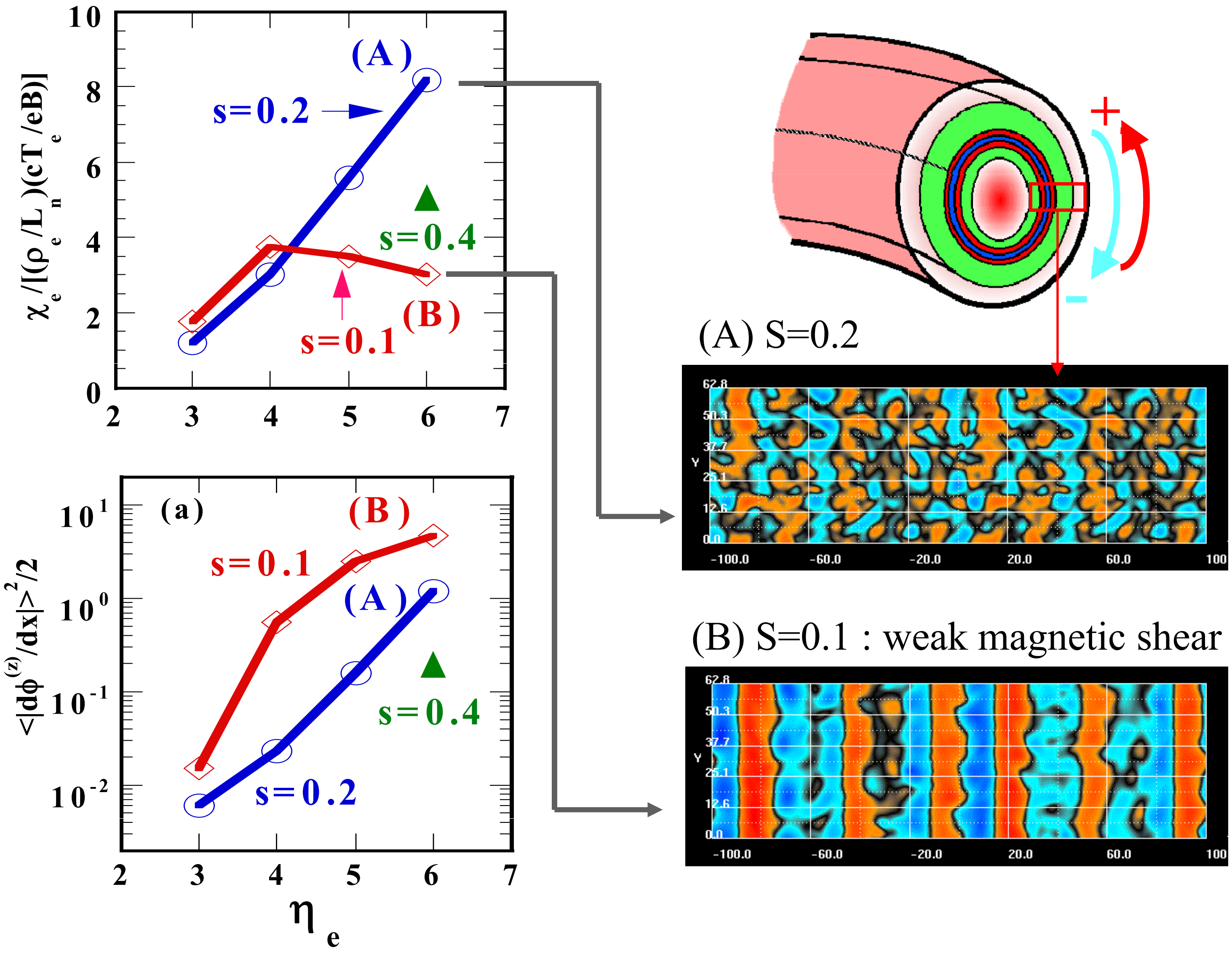
[Y. Kishimoto et al.'96, PoP]



[Y. Idomura et al.'04, IAEA, NF]

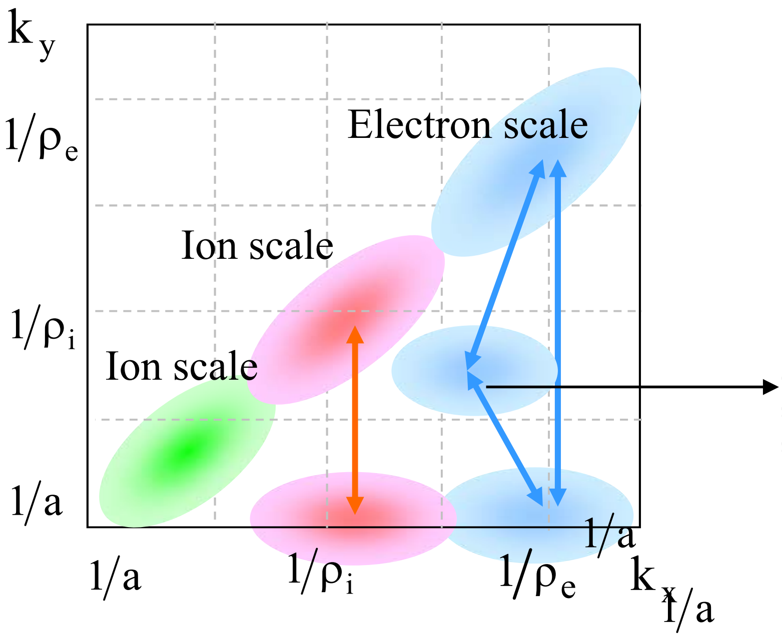
電子系の揺らぎの構造と制御

[*Kishimoto,Li, et al., IAEA ’02*]

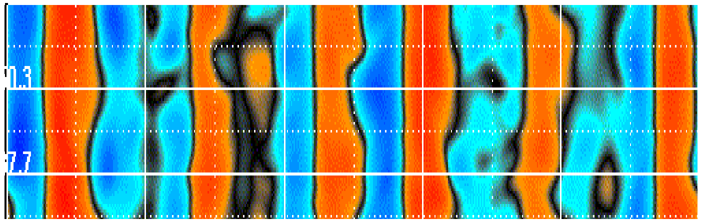


Turbulence dominated by large scale structure

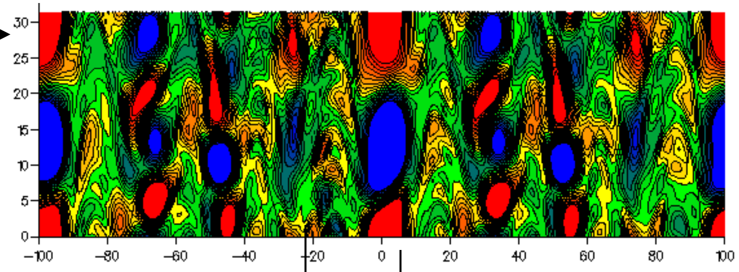
$\hat{s} = 0.1 \quad \eta_e = 6$



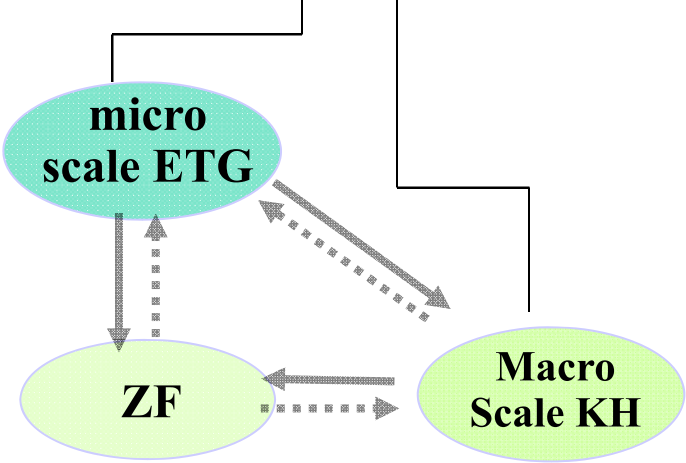
turbulence + zonal flow



turbulence



- Emergence of large scale vortices
- Mixed turbulence with
  - micro-scale ETG
  - ETG driven ZF
  - ZF driven Large scale structure



micro scale ETG

ZF

Macro Scale KH

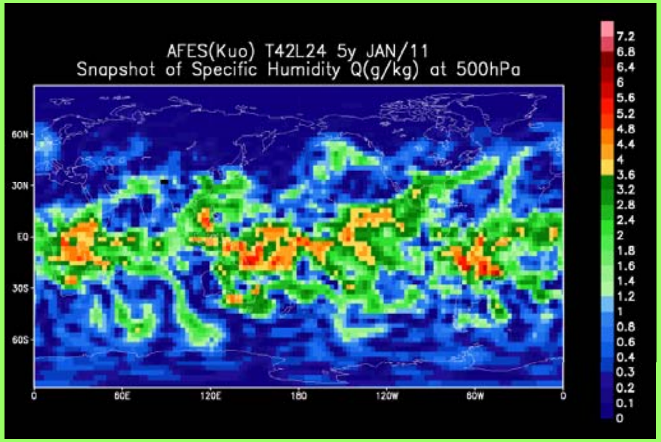
高圧力状態における自己組織化現象

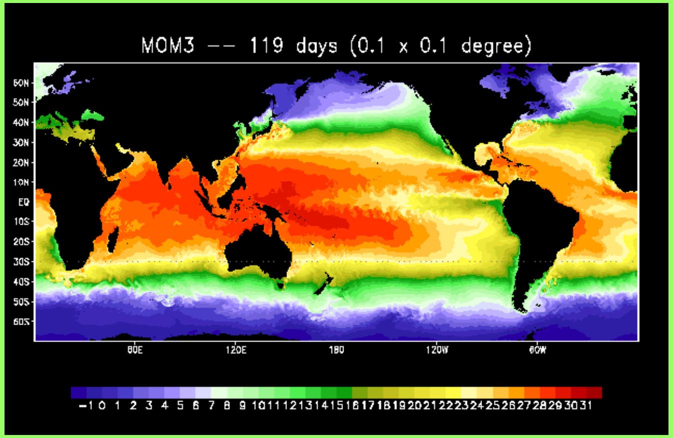
Total fluctuation

＝ **turbulent fluctuation** + **zonal fluctuation**

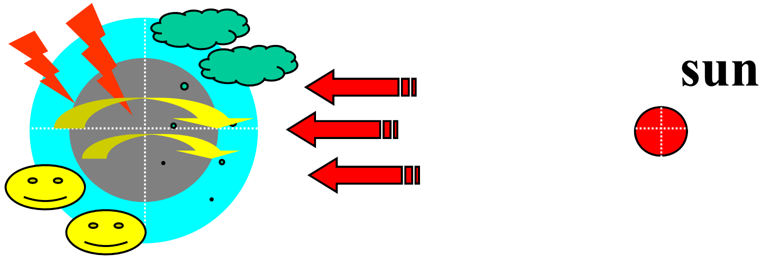
(→ induce transport)

$$\eta_{zF} \equiv \frac{E^{(ZF)}}{E^{(tot)}} = \frac{E^{(ZF)}}{E^{(turb)} + E^{(ZF)}}$$

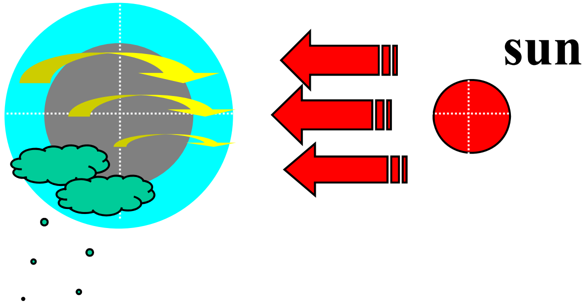




Earth environment

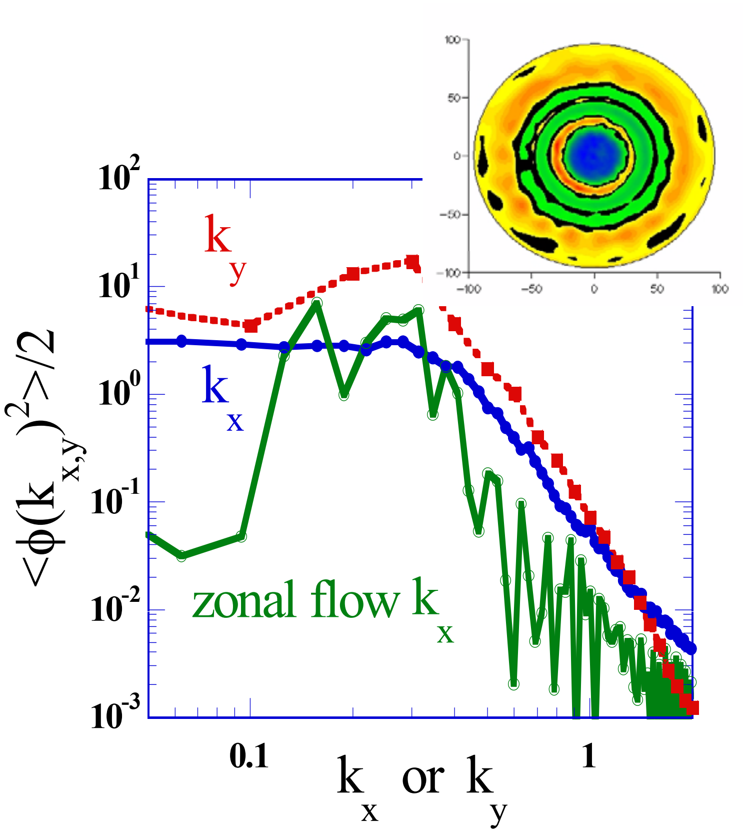


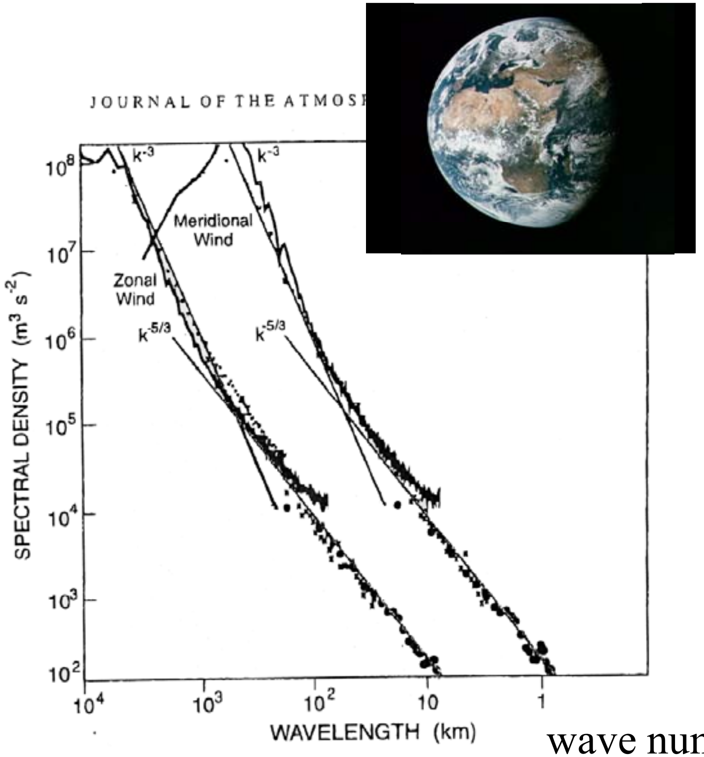
Earth environment ???



Comparison of atmospheric zonal flows

[Koshyk-Hamilton, JAS, 01]





wave number

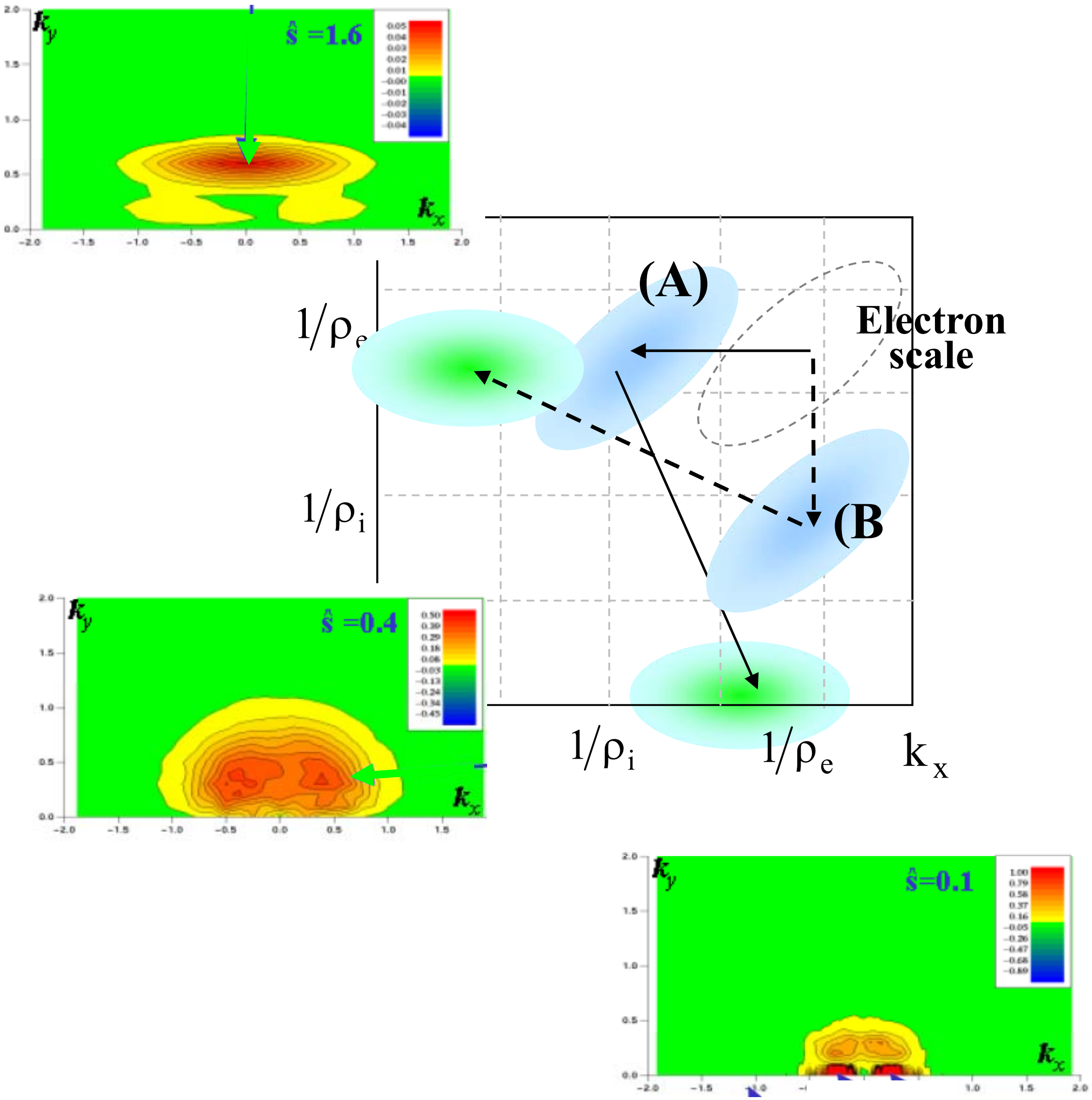
Hasegawa-Mima Equation

$$(1-\nabla^2)\frac{\partial\varphi}{\partial t} + v_d\frac{\partial\varphi}{\partial y} - [(\mathbf{b}\times\nabla\varphi)\cdot\nabla]\nabla^2\varphi = 0$$

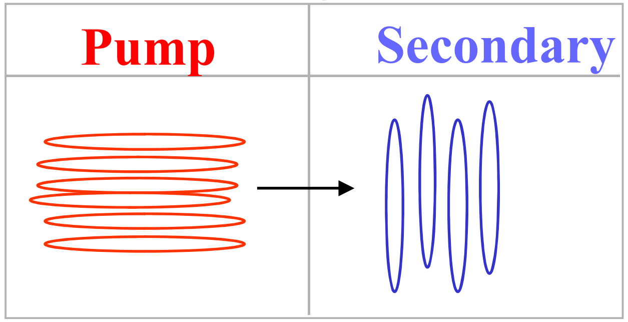
Charney Equation

$$(1-\nabla^2)\frac{\partial h}{\partial t} + v_R\frac{\partial h}{\partial y} - [(\hat{z}\times\nabla h)\cdot\nabla]\nabla^2 h = 0$$

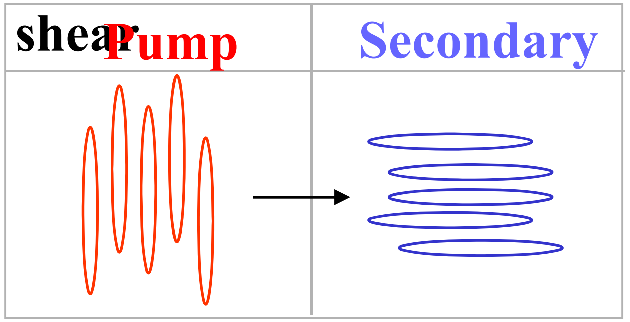
非線形性と揺らぎの制御に向けた研究



(A) Weak magnetic shear



(B) Strong magnetic shear

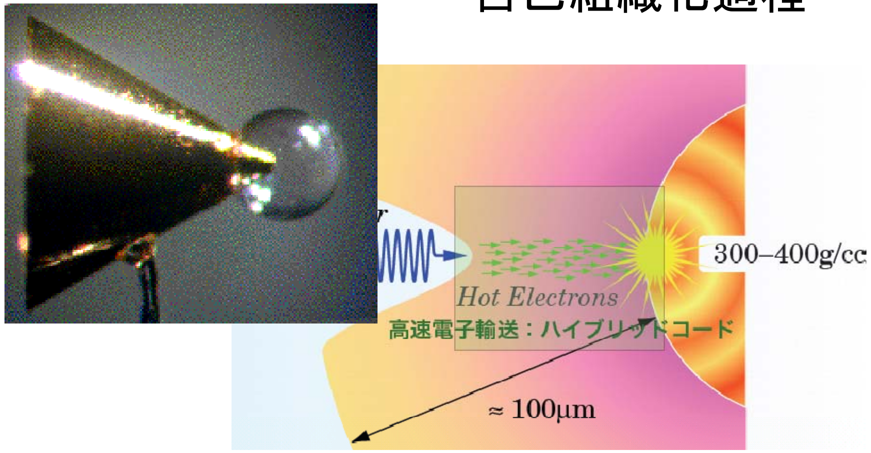


$$\eta_{zF} \equiv \frac{E^{(LSS)}}{E^{(tot)}} \sim 1$$

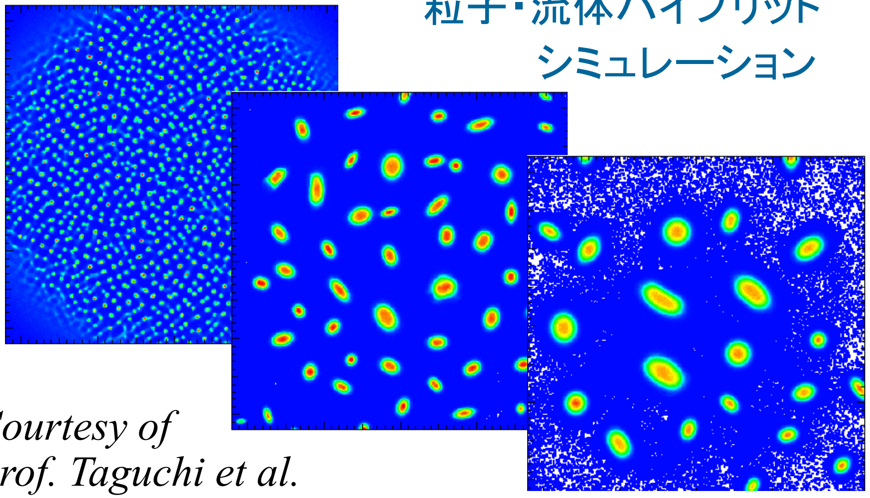
$$E^{(LSS)} = E^{(ZF)} + E^{(GKH)}$$

“非線形性”に準拠したレーザー核融合研究

高速点火における相対論的電子ビーム
自己組織化過程

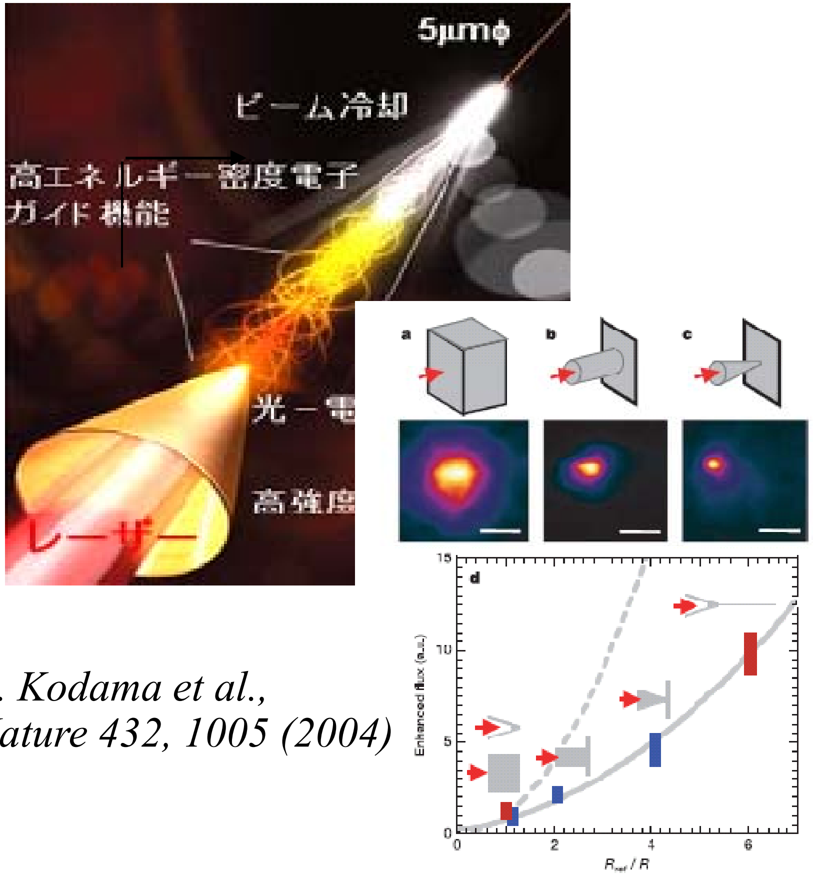


粒子・流体ハイブリッド
シミュレーション



Courtesy of
Prof. Taguchi et al.
[Taguchi et al, PRL 86, 5055 (2002)]

高エネルギー密度状態をデバイスとして応用



R. Kodama et al.,
Nature 432, 1005 (2004)

「強非線形性」に伴う構造と
「過渡過程」の制御

まとめと展望

- 核融合研究　　「プラズマ物理」の構築と同時進行
  2002 年現在：燃焼する
  プラズマエネルギー生産への展望

- 核融合媒質・プラズマの予想外の展開

$D \sim \frac{cT}{eB}$　D.Bohm : 核融合の目標に反する依存性
異常（乱流）輸送

「20世紀のプラズマの歴史は、・・・そして我々の地球においてプラズマ現象が持つ隠れた重要性や、宇宙におけるはっきりした重要性について、ほとんど認識のない状態のもとで始まった」　（R.Post ：「20世紀の物理学」）

限られた空間での圧力上昇（外力）

→ 揺らぎの形態を調整
高い圧力を支える構造に状態を変化（応答）

まとめと展望（続）

- プラズマの複雑多様なダイナミックス

  異なった時間・空間スケールの非線形・非局所的相互作用

  形のない状態（一様な乱流状態） → 形・構造の形成（self-organization）

  環境の設定：

  磁場構造・流れの構造・揺らぎの構造・・・・

- ITER : ELMy-Hモード

  プラズマの非線形現象

  → 工学レベルで制御可能

- 自律性の強いシステムの実現 （今世紀の挑戦）

  従来： 安定なシステム（cf. 大型加速器等）

  自律性（プラズマ性）の排除